6. Óptica Geométrica

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

6.1 Algunas definiciones

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

ÓPTICA GEOMÉTRICA

Nuestra imagen en un espejo, la observación de las estrella, planetas con un telescopio, son ejemplos de imágenes formadas cuando la luz proveniente de un objeto atraviesa un sistema óptico.

En todos estos casos el objeto que se está observando parece estar en un lugar diferente de su posición real.

En cada caso, los rayos de luz que provienen de un punto en un objeto son desviados mediante la reflexión o refracción (ó una combinación de las dos), de modo que convergen en un punto, o parecen divergir de él, llamado punto imagen.

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

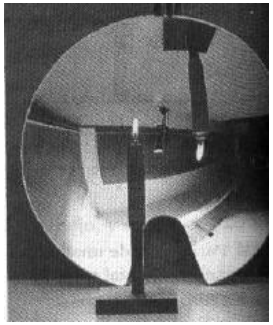
ÓPTICA GEOMÉTRICA

L a Óptica es la parte de la Física que trata con la luz. La luz y las ondas electromagnéticas en general pueden interpretarse como una onda o una partícula, en función del fenómeno observado.

	Óptica Geométrica	*Óptica Ondulatoria*	*Óptica Cuántica*
Concepto fundamental	Rayo de luz	Onda luminosa	Fotón
Aplicaciones	Imágenes Instrumentos Fotometría	Interferencias Difracción Polarización	Emisión Interacción Detección

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Sin embargo, en la Óptica Geométrica no se tiene en cuenta sin el carácter ondulatorio ni el corpuscular de la luz sino su trayectoria a partir del concepto de **rayo**.



'Rayo' es una línea que corresponde a la dirección de flujo de energía radiante.

ÓPTICA GEOMÉTRICA

La óptica geométrica parte de las leyes de Snell para la reflexión y la refracción.

A partir de las leyes Snell y con consideraciones geométricas sobre los rayos luminosos es posible obtener las fórmulas que gobiernan el funcionamiento de los espejos, dióptricos y lentes (o sus combinaciones y en consecuencia de cualquier instrumento óptico)

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

LEY DE LA REFRACCIÓN

$$n_i \operatorname{sen}(\theta_i) = n_t \operatorname{sen}(\theta_t)$$

LEY DE REFLECCIÓN

$$\theta_i = \theta_r$$

Algunas definiciones

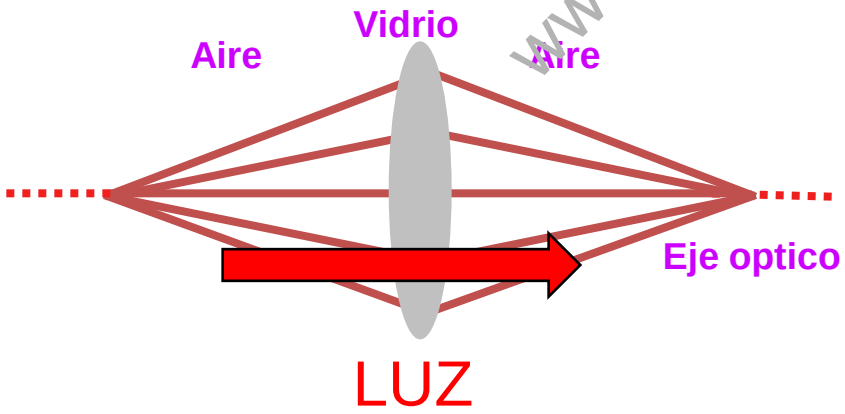
Definición 1: Un <u>sistema óptico</u> es el conjunto de superficies que separan medios de distinto índice de refracción.

Definición 2: Los sistemas formados por superficies refractantes se llaman **dióptricos** (ej. lentes).

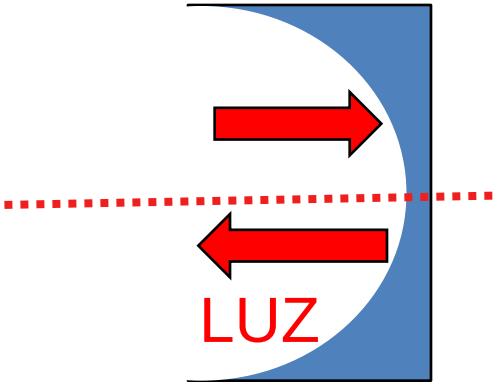
Definición 3: Si las superficies del sistema son reflectantes se llaman **catóptricos** (ej. espejos).

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

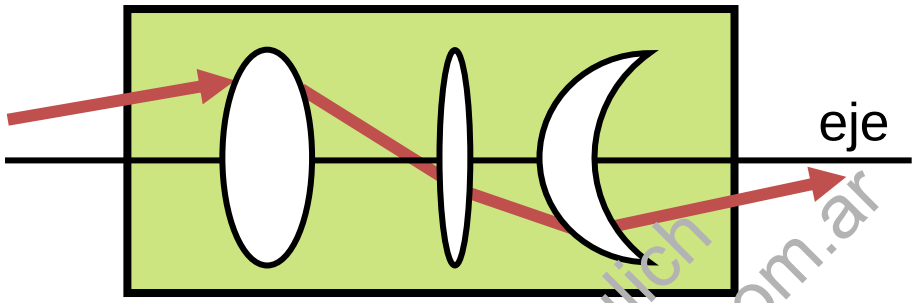
LENTE



ESPEJO



La Óptica Geométrica es la óptica de rayos

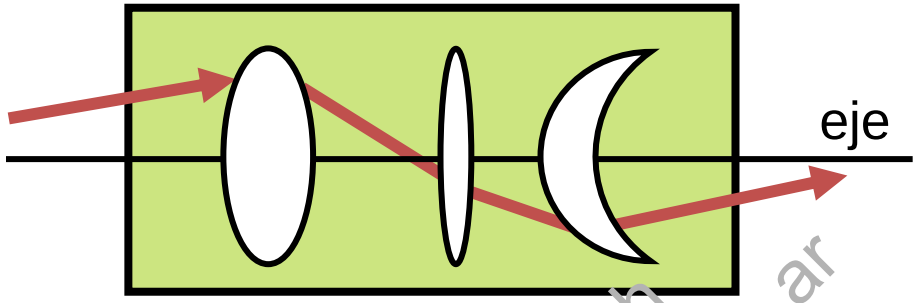


© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

•Recordemos que un RAYO LUMINOSO era una línea en el espacio que corresponde a la dirección del flujo de energía radiante. En un medio isótropo y homogéneo siguen trayectorias rectas y son perpendiculares a los frentes de onda.

•Los rayos cumplen las leyes de la reflexión y de la refracción de Snell (esto es ámbito óptica geométrica)

Eje óptico y aproximación paraxial



Definición: Los sistemas ópticos centrados están formados por superficies esféricas cuyos centros están alineados sobre un mismo eje. La recta que une los centros se llama **eje óptico**.

Aproximación paraxial: Cada sistema óptico tiene un eje óptico, y se asumirá que todos los rayos se propagan en pequeños ángulos alrededor de él.

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

El sistema óptico perfecto

1. Correspondencia punto a punto: todos los rayos que entran en el sistema procedentes de un mismo punto (real o virtual) emergen del sistema pasando por un mismo punto.
2. Correspondencia plano a plano: las imágenes de los puntos contenidos en un mismo plano objeto, normal al eje del sistema, están contenidos en un mismo plano imagen, también normal al eje.
3. Razón de semejanza entre objeto e imagen. Cualquier figura contenida en el plano objeto se representa en una figura semejante en el plano imagen, siendo la razón de semejanza contante para cualquier par de figuras contenidas en esos plano.

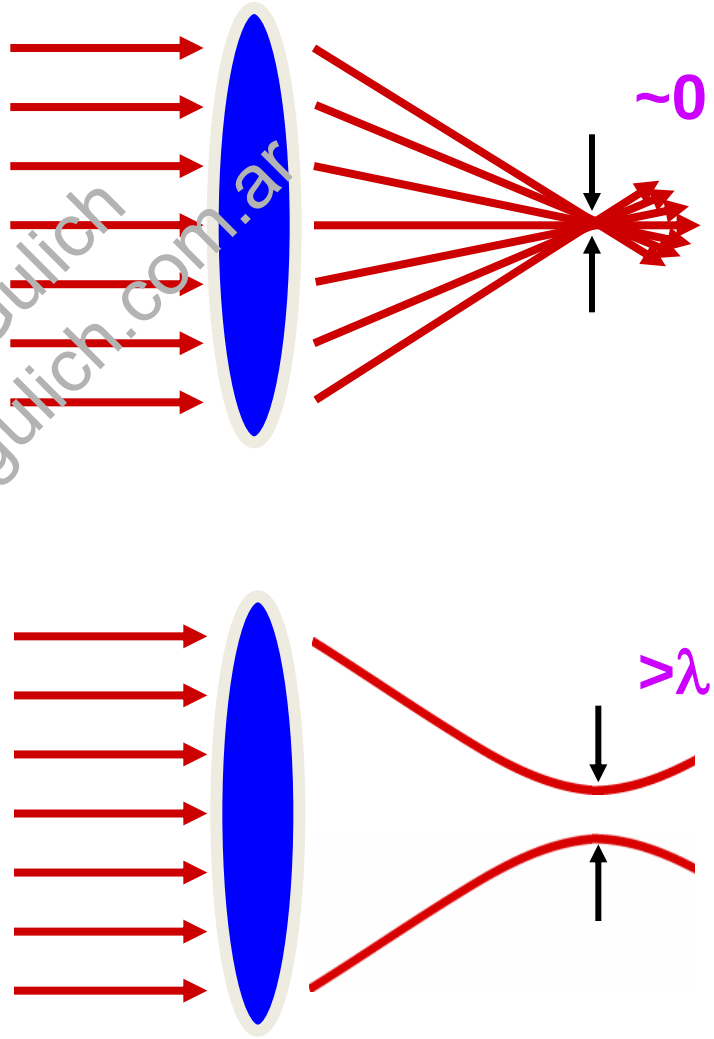
©Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Limitaciones de la óptica geométrica en la formación de imágenes en un sistema óptico

A partir de la Óptica Geométrica y trazado de rayos en principio se puede enfocar un haz en un punto con una infinitamente buena resolución espacial. Esto **no** es cierto.

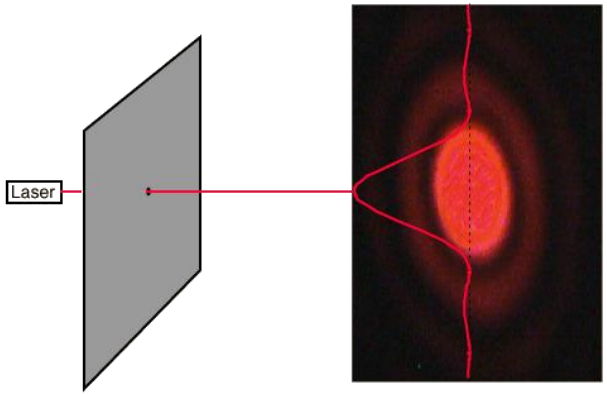
•La Óptica Geométrica predice una concentración infinita de radiación en un punto matemático mientras difracción distribuye esta energía en una área de tamaño finito

•El limite de cualquier sistema óptico es la naturaleza ondulatoria de la luz (difracción). Si embargo, si la longitud de onda de la luz disminuye en comparación con las dimensiones físicas del sistema óptico, los efectos difracción se hacen menos importantes



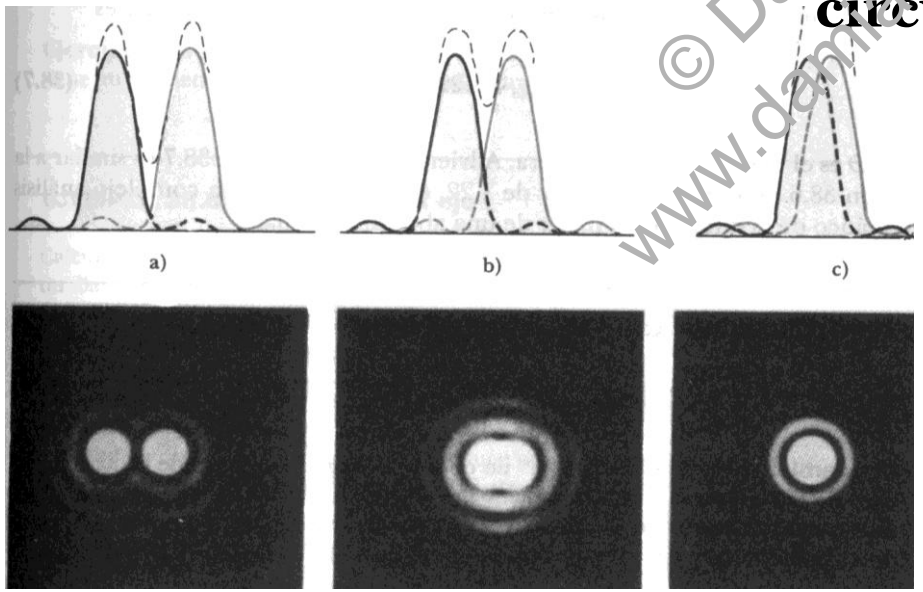
© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Limitaciones de la óptica geométrica en la formación de imágenes en un sistema óptico - Difracción



Recordemos que cuando la luz de una fuente pasa a través de una abertura circular, no produce un punto brillante sino un disco circular (disco de Airy) rodeado por anillos concéntricos circulares. **El ojo y muchos instrumentos ópticos están constituidos por aberturas circulares.**

© Damian Gulich
www.damiangulich.com.ar



La difracción limita la resolución de las imágenes.
Se cuantificó en términos del criterio de Rayleigh la resolución límite de un sistema. (Ver clase de Difracción).

Óptica Geométrica

- En la óptica geométrica nos concentraremos en las imágenes que los sistemas ópticos forman de los objetos.
- En lo que sigue se presentarán las ecuaciones válidas para elementos ópticos con superficies esféricas
- La esfera es una superficie de gran interés en óptica por: su simetría radial, su sencillez de tallado y fácil manejo matemático. Por eso es empleada en múltiples dispositivos ópticos, en particular lentes y espejos.
- Las superficies planas son un caso límite de las esféricas con radio de curvatura muy grande.

© Damian Gulich
www.damiangulich.com.ar

6.2 Convención de signos

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

La importancia de la convención de signos

- Las ecuaciones, los sistemas de referencia para los cuales fueron deducidas y las convenciones de signos empleadas, no pueden aislarse, forman un <u>conjunto inseparable</u>.
- Ese conjunto <u>no es único</u>, el lector podrá encontrar tantos como libros consulte.

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

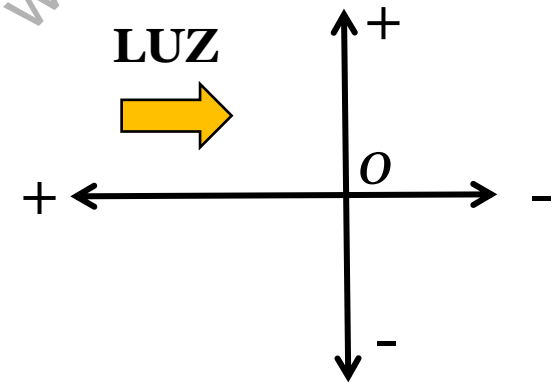
Convención de signos DIN 1335:2003-12

1. La luz viene desde la izquierda hacia la derecha.
2. Las distancias horizontales se miren en la dirección de la luz.
3. Las distancias verticales hacia arriba son positivas, hacia abajo son negativas.

Como consecuencia tenemos los siguientes signos:

- Eje horizontal: signo (+) a izquierda, signo (–) a derecha.
- Eje vertical: signo (+) arriba, signo (-) abajo.

© Damian Gulich
www.damiangulich.com.ar



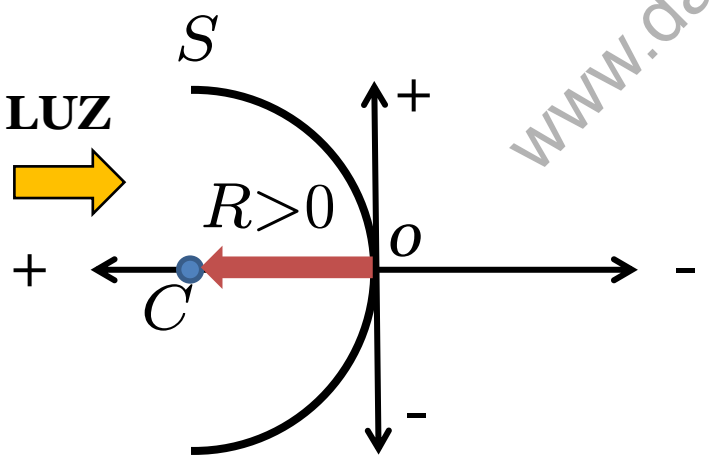
Radios de superficies esféricas y sus signos

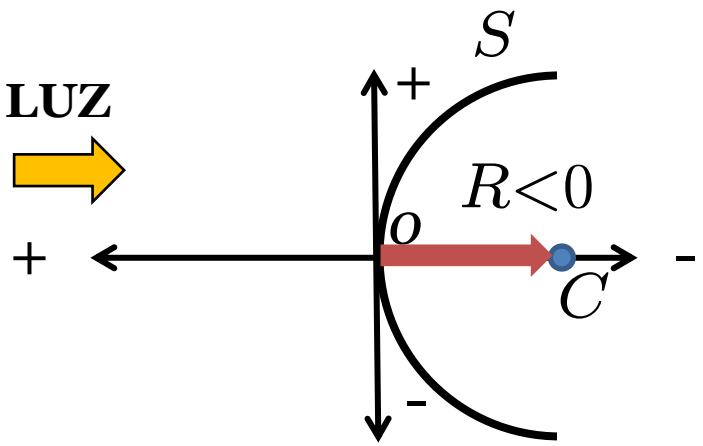
En muchos problemas usted tendrá que determinar el signo del radio (R) de una superficie esférica S.

Solución: pararse en el punto de la superficie sobre el eje y trazar una flecha hacia su centro de curvatura (C).

- Si la flecha apunta hacia el lado (+) horizontal, entonces $R>0$
- Si la flecha apunta hacia el lado (-) horizontal, entonces $R<0$

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar





6.3 Imágenes reales y virtuales

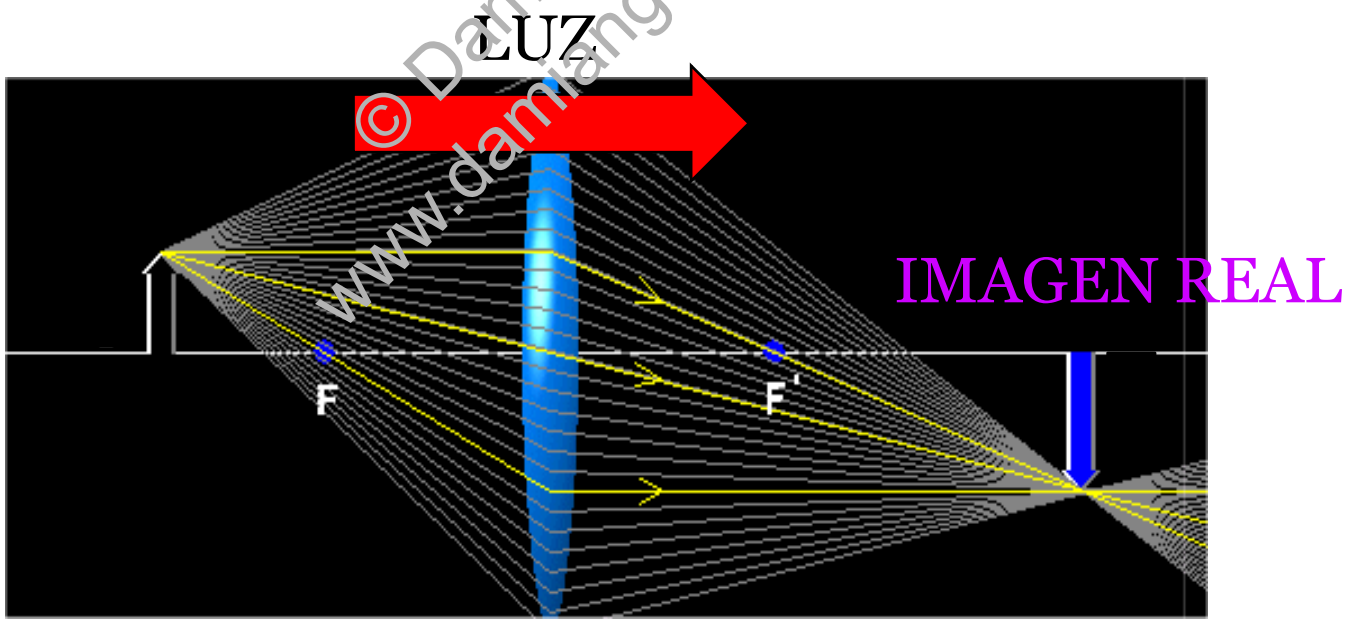
© Damian Gulich
www.damiangulich.com.ar

Imágenes reales

Definición: Si los rayos emitidos desde un punto objeto luego de reflejarse o refractarse en distintas superficies vuelven a cortarse en un punto imagen (es decir, los rayos convergen hacia ese lugar) tendremos ahí una **imagen real.**

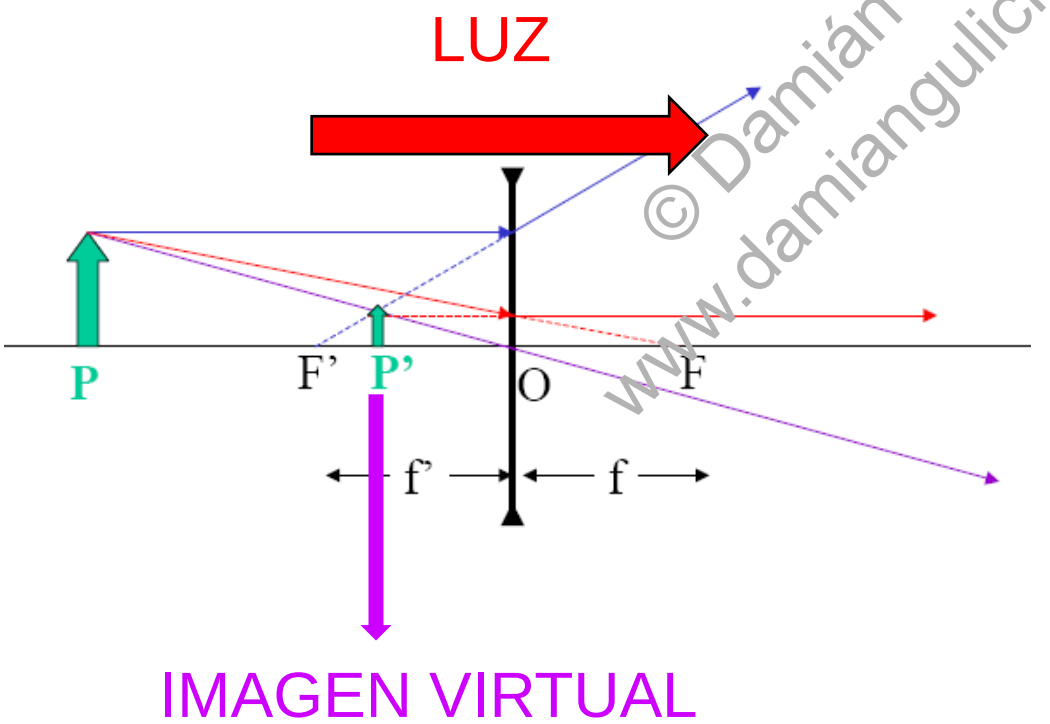
La imagen se puede observar en una pantalla o registrarse por ejemplo en una película fotográfica.

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar



Imágenes virtuales

Definición: Cuando los rayos a la salida de un sistema no convergen, pero sí que se cortan sus prolongaciones en sentido contrario al de la propagación de la luz, entonces se tiene una **imagen virtual**.

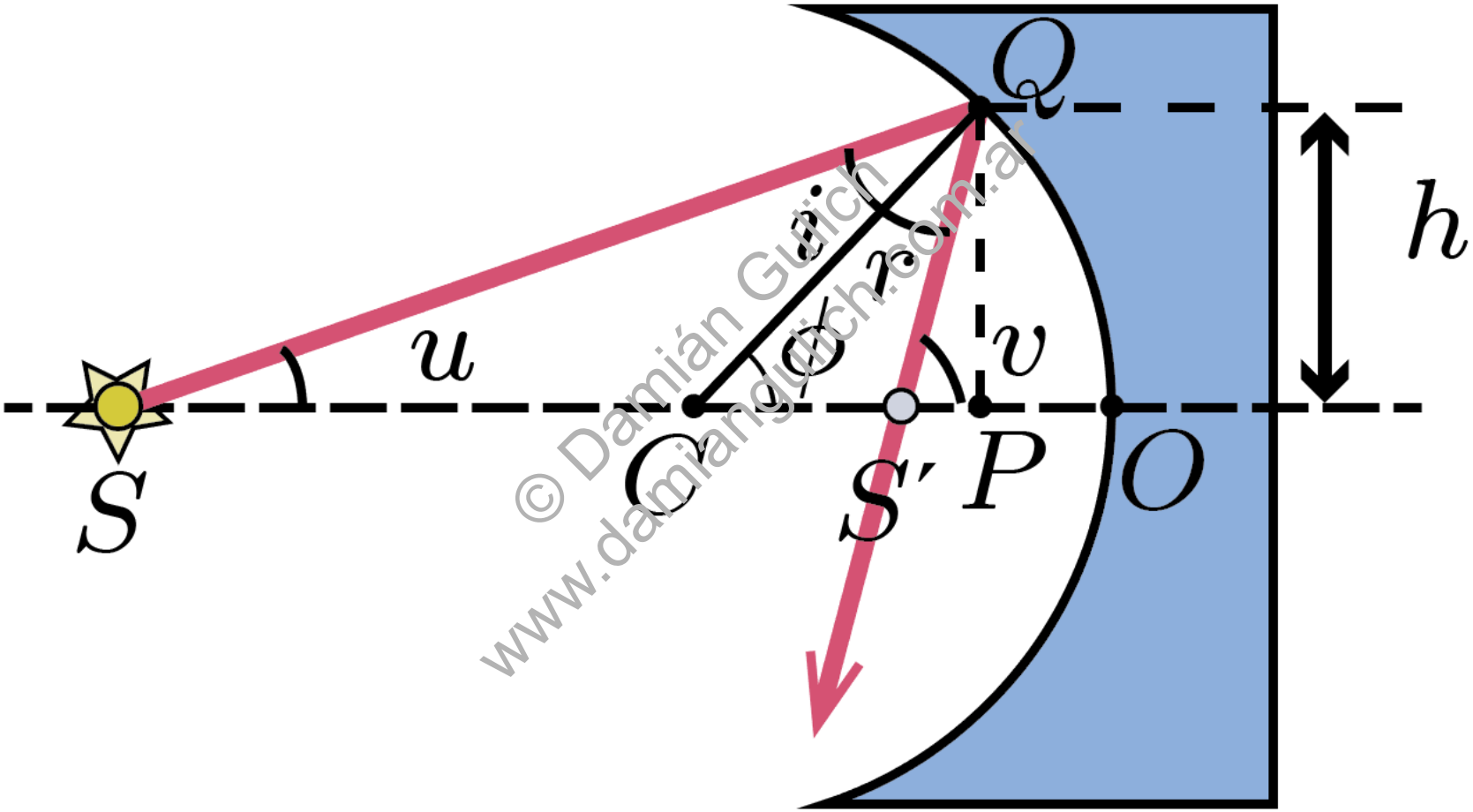


© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Si los rayos divergen de un lugar, la imagen es **virtual** y para observarla se necesita un elemento o sistema óptico adicional, por ejemplo el ojo.

6.4 Espejos esféricos

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar



© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

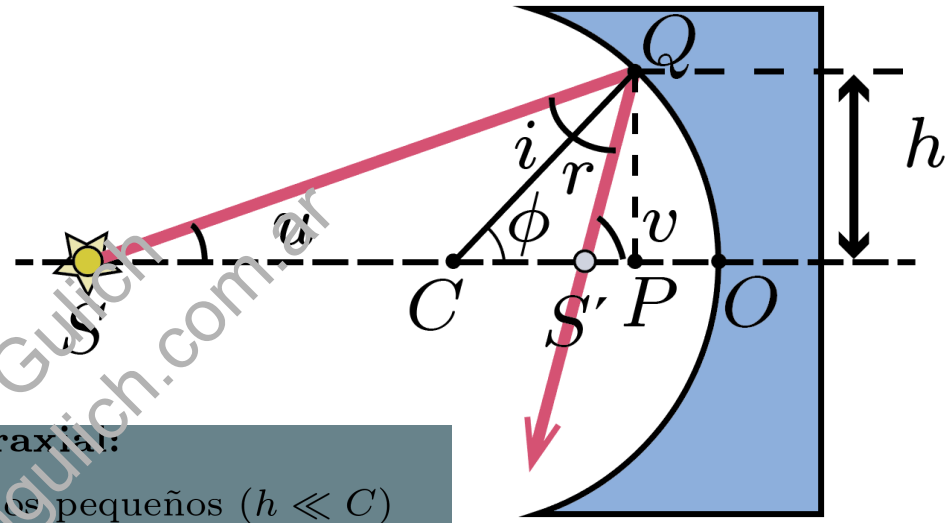
La distancia $OC \equiv R$ es el radio de curvatura del espejo.

Espejos esféricos

CONVENCIÓN DE SIGNOS
La luz viene desde izquierda,
signo + hacia la izquierda, signo – a derecha.
signo + arriba, signo – abajo.

Geometría elemental:
El ángulo exterior a cualquier triángulo es la suma de los dos ángulos interiores opuestos.

$$u + i = \phi \text{ en } SQC$$
$$\phi + r = v \text{ en } SQS'$$



Ley de Snell:
$i = r$

$$u + v = 2\,\phi$$

Aproximación paraxial:
Consideramos ángulos pequeños ($h \ll C$)
$u, \phi, v \ll 1$ (rad) de manera que los ángulos se pueden reemplazar por sus tangentes.

$$\frac{h}{SP} + \frac{h}{S'P} = \frac{2h}{CP}$$

Si los ángulos son pequeños,
$OP \simeq 0$, por lo que $CP \simeq CO$

$$\frac{h}{SP} + \frac{h}{S'P} = \frac{2h}{CO}$$

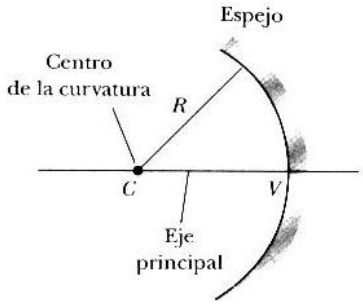
Con la elección de la convención de signos

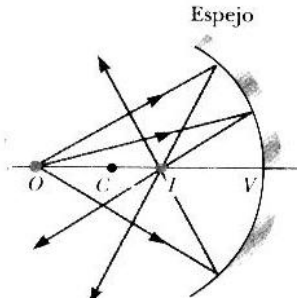
$$\boxed{\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{2}{R} \equiv \frac{1}{f}}$$

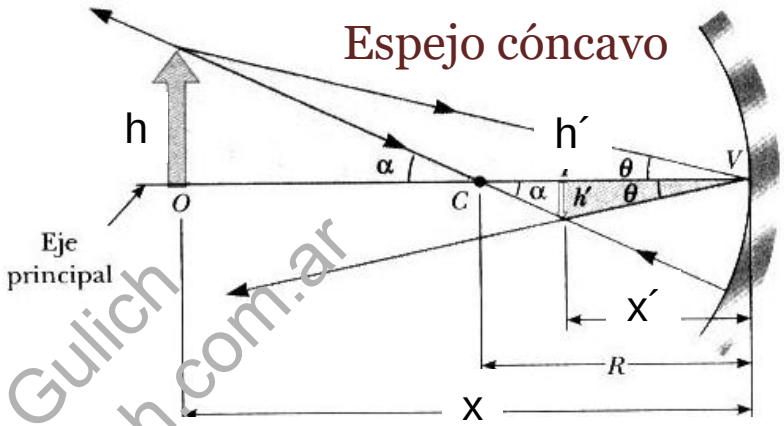
Ecuación de Descartes

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Espejos esféricos







Ecuación de Descartes

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{2}{R} \equiv \frac{1}{f}$$

$x \equiv$ distancia objeto

$x' \equiv$ distancia imagen

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Dos posiciones de objeto notables

- Si $x \to \infty$, entonces $x' \to f$.
- Si $x \to f$, entonces $x' \to \infty$.

Importante para el trazado de rayos

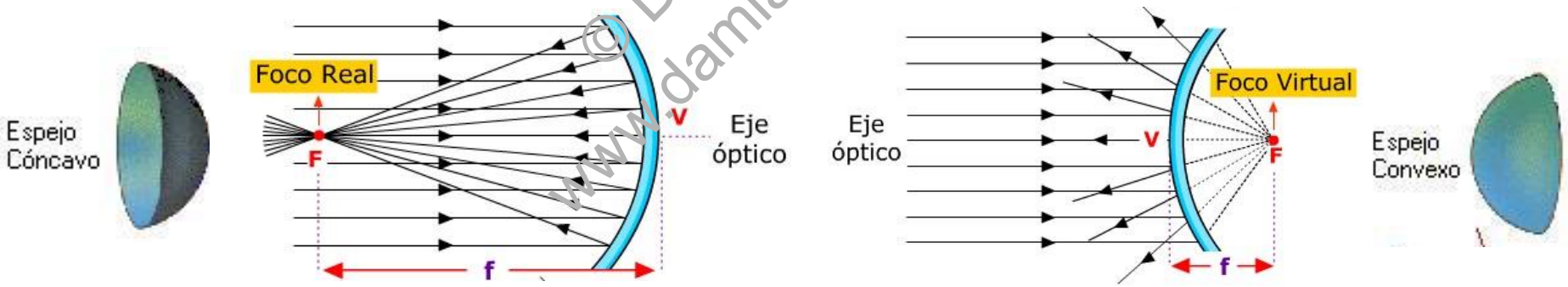
FOCO OBJETO: Lugar donde debe estar el objeto para que la imagen se forme en el infinito ($x' \to \infty$) $x = R/2 = f_{\text{objeto}} = f$. Los rayos que inciden pasando por el foco objeto salen paralelos al eje óptico.

FOCO IMAGEN: Si el objeto está muy lejos ($x \to \infty$) la imagen se forma en el foco imagen, $x' = R/2 = f_{\text{imagen}} = f'$. Los rayos que inciden paralelos pasan por el foco imagen.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{2}{R} \equiv \frac{1}{f}$$

f y f' son coincidentes en espejos esféricos.

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar



Se cumple el principio de reversibilidad, ¡basta con invertir el sentido de las flechas!

Reglas para el trazado de rayos

1. En los espejos esféricos el foco se encuentra en el punto medio entre el centro de curvatura y el vértice. En los espejos esféricos coinciden los foco objeto y foco imagen.

2. Cuando un rayo incidente pasa por el centro de curvatura, el rayo reflejado recorre el mismo camino, pero en sentido inverso debido a que la incidencia es normal o perpendicular.

3. Cuando un rayo incide paralelamente al eje, el rayo reflejado pasa por el foco, y, si el rayo incidente pasa por el foco el reflejado marcha paralelamente al eje.

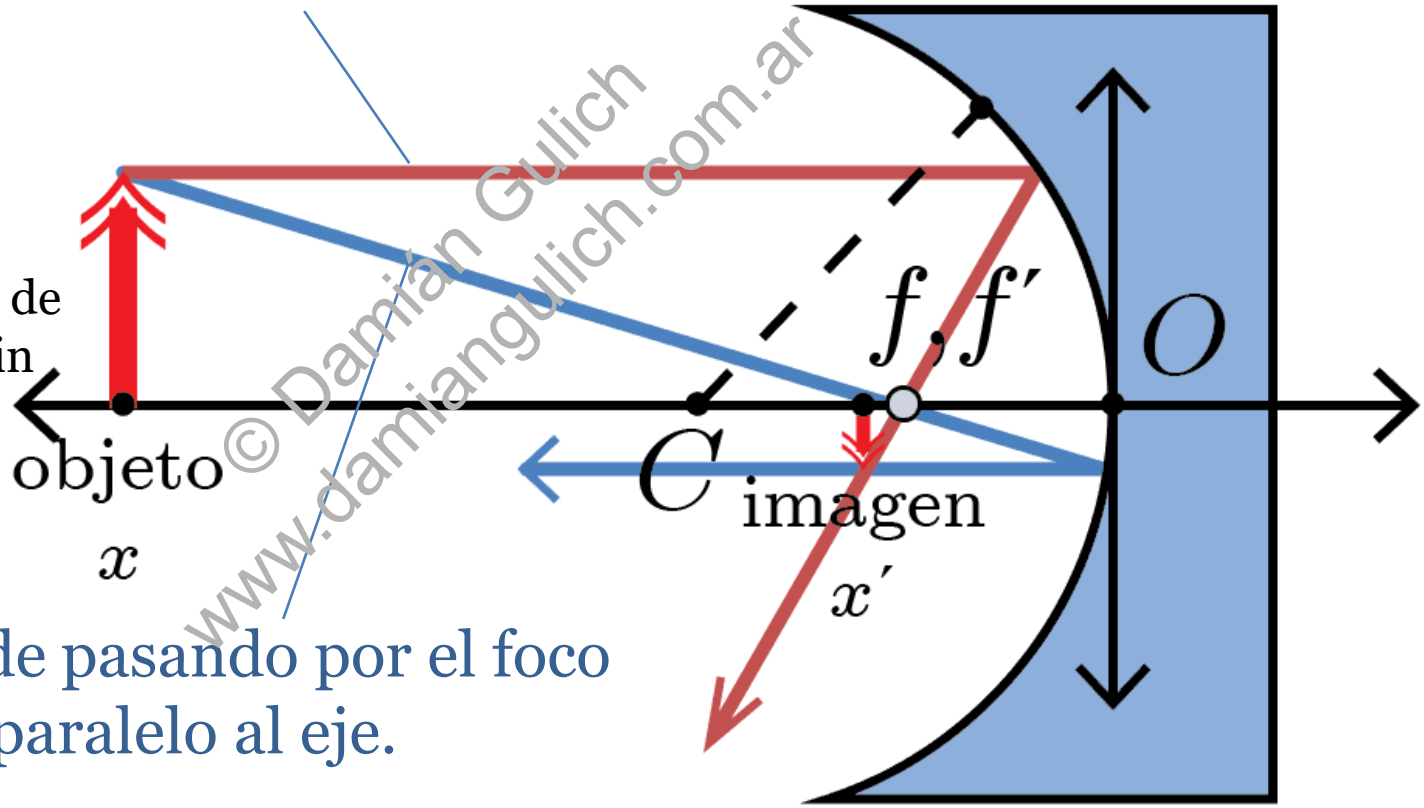
© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Con estas reglas, que son consecuencia inmediata de las leyes de la reflexión, es posible construir la imagen de un objeto situado sobre el eje principal cualquiera que sea su posición.

TRAZADO DE RAYOS

El rayo que incide paralelo al eje, pasa por el foco imagen.

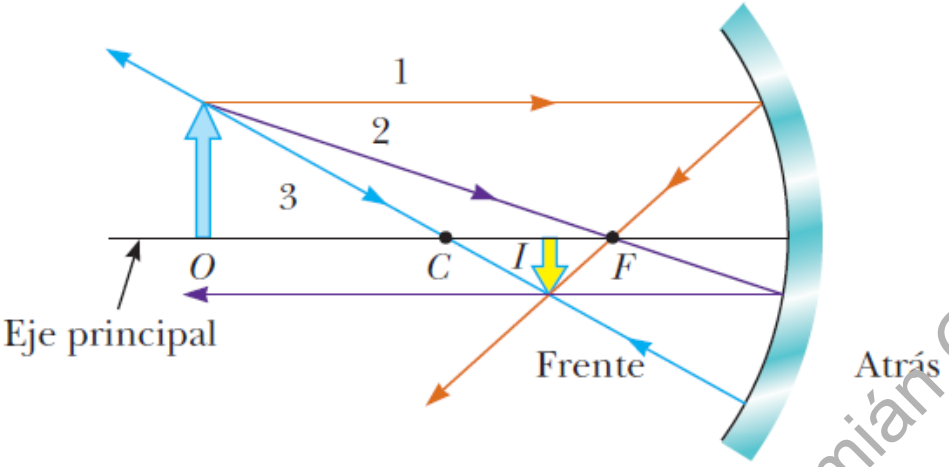
El rayo que incide pasando por el centro de curvatura, se refleja sin desviarse.

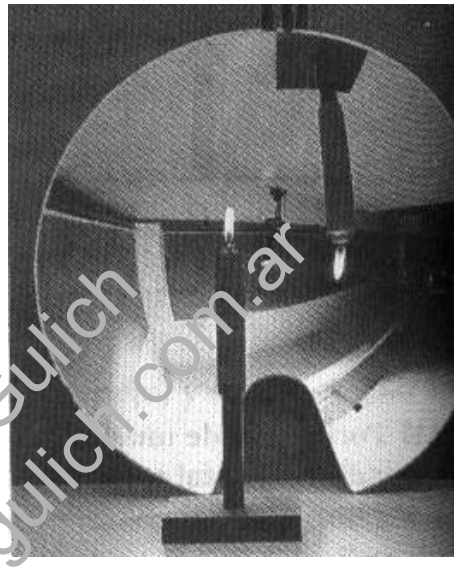


© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

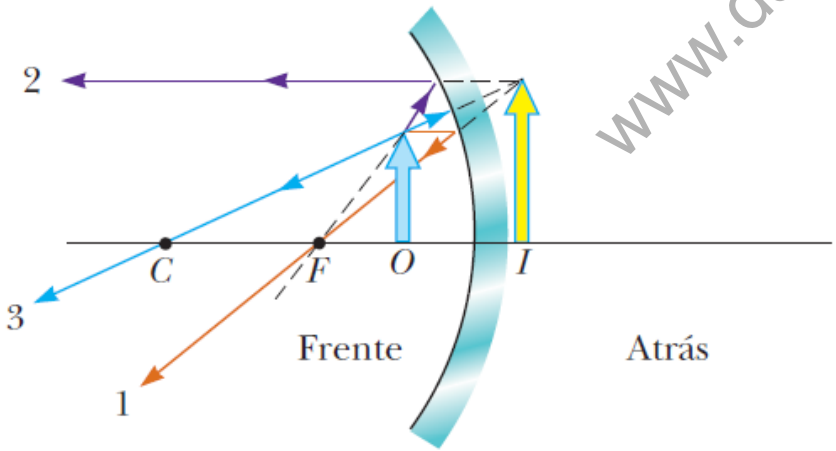
El rayo que incide pasando por el foco objeto, emerge paralelo al eje.

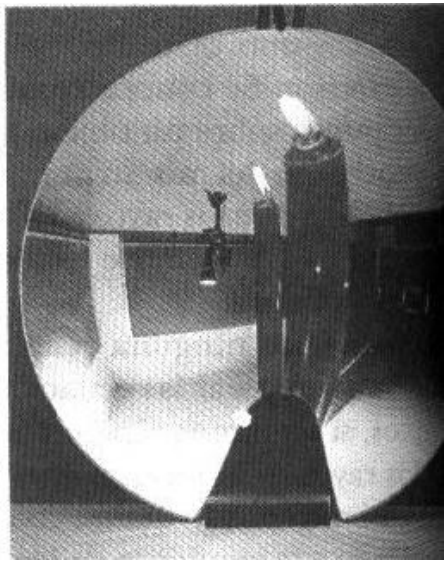
Espejos cóncavos





Espejo cóncavo con el objeto antes del foco
Imagen real e invertida

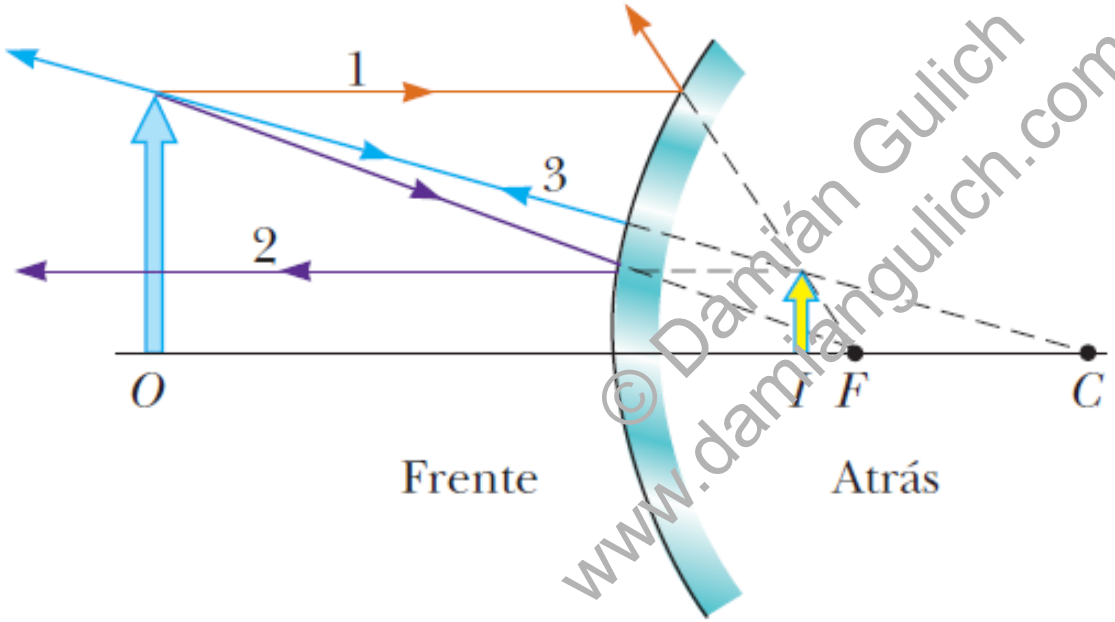


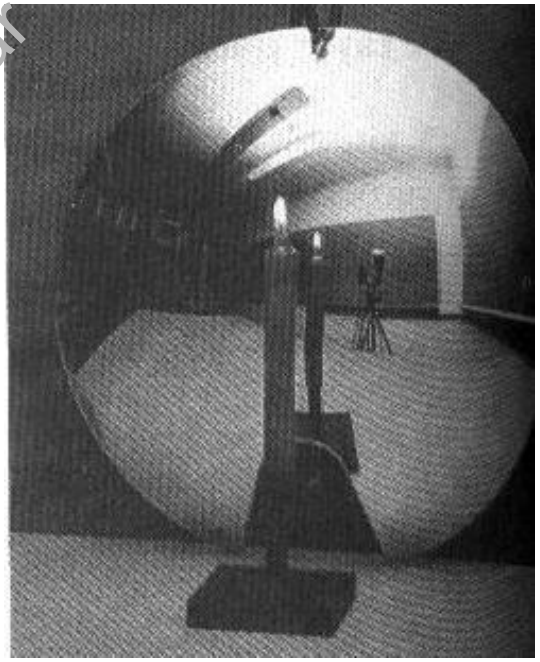


Espejo cóncavo con el objeto entre el foco y el vértice
Imagen virtual, derecha y mayor

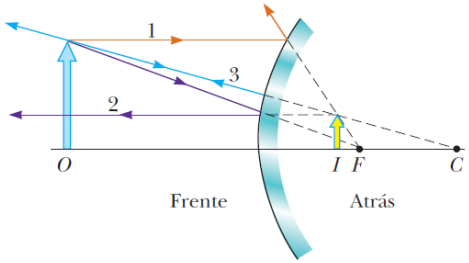
© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Espejos convexos





© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar



En el espejo convexo del lado derecho de un automóvil se ve un camión que se aproxima. Espejo indica "Los objetos en espejo están más cerca de lo que parece"

© Damian Gulich
www.damiangulich.com.ar

Técnicos inspeccionan el espejo primario del Telescopio Espacial Hubble (2,38 m de diámetro, parabólico)

De acuerdo con la apariencia de la imagen, se puede concluir que el espejo es

a) cóncavo y la imagen real,
b) el espejo es concavo y la imagen virtual,
c) el espejo es convexo y la imagen real,
d) el espejo es convexo y la imagen virtual.

Ejemplos en la historia del arte

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

"Retrato del matrimonio Arnolfni", Jan van Eyck.

Óleo sobre roble, 82.2 cm × 60 cm.
Países Bajos, 1434.

“Un joyero en su taller” (Posiblemente San Eligio), Petrus Christus.

Óleo sobre roble, 98 cm × 85,2 cm.
Países Bajos, 1449.

“Mano con esfera reflectora”, M.C. Escher.

Litografía, 31.8 cm × 21.3 cm. Países Bajos, 1935.

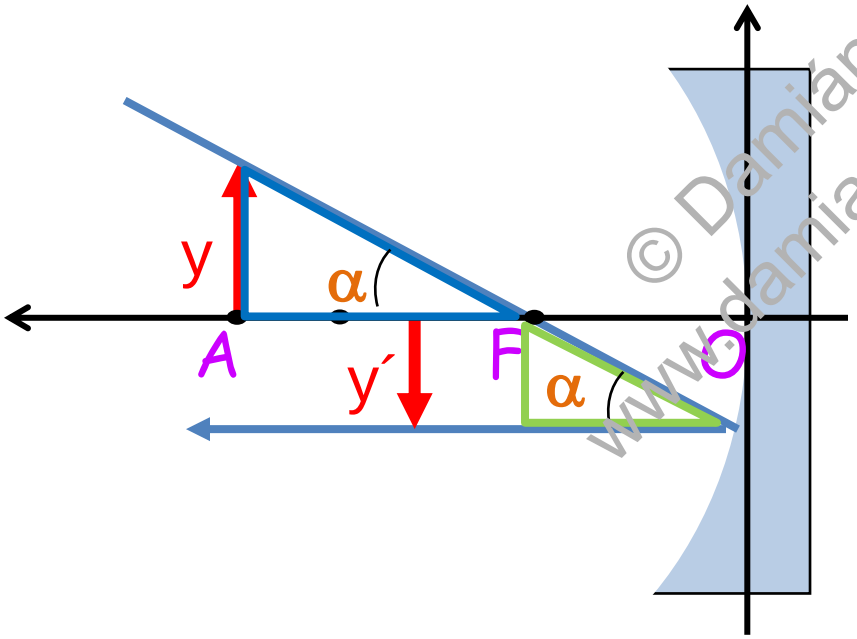
© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

6.4.1 Espejos esféricos: aumentos

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Aumento transversal

El **aumento transversal (o lateral)** es la relación de alturas entre el objeto y la imagen.
El signo indica la orientación relativa



$$m = \text{aumento transversal} = \frac{y'}{y}$$

$$\frac{y'}{y} = -\frac{\overline{FO}\tan(\alpha)}{\overline{AF}\tan(\alpha)}$$

$$= -\frac{f}{x-f}$$

$$\text{como } \frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f}$$

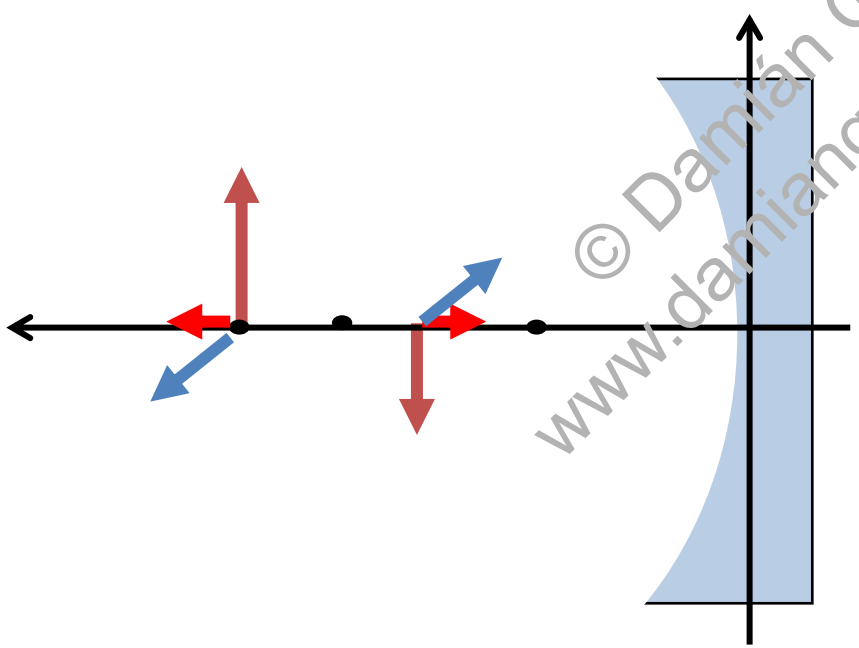
$$\Rightarrow \boxed{m = -\frac{x'}{x}}$$

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Aumento longitudinal

El **aumento longitudinal** ℓ (o **axial**) nos dice cómo crece la imagen en la dirección longitudinal. Si el objeto se extiende una cantidad dx en la dirección x, la imagen se extenderá una cantidad dx'. Se define como aumento longitudinal a la relación dx'/dx. Derivando de la ec. de los espejos:

$$\ell = \frac{dx'}{dx} = -\frac{x'^2}{x^2} = -m^2$$



$$\boxed{\ell = -m^2}$$

siempre es negativo

Por este signo no existe simetría en la dirección longitudinal

Si tenemos una flecha que apunta hacia el espejo el signo negativo nos indica que la imagen avanza acercándose a nosotros.

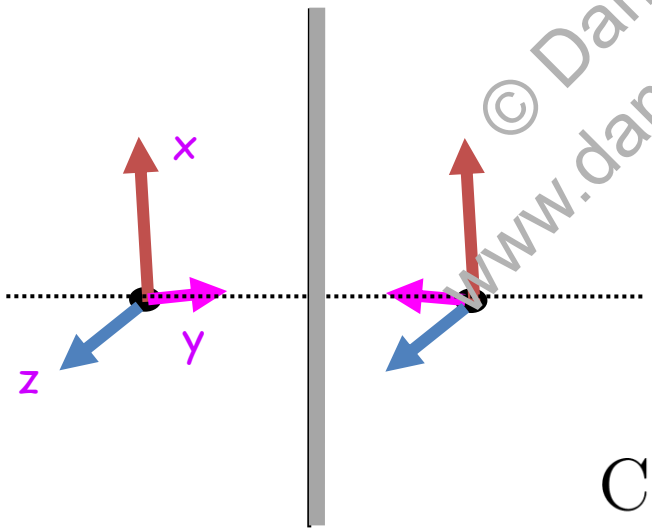
© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Espejos planos

Se pueden considerar como el caso límite cuando $R \to \infty$,

$$\text{como } \frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \lim_{R\to\infty} \frac{2}{R} = 0$$

$$\boxed{x' = -x} \quad \boxed{m = -\frac{x'}{x} = +1} \quad \boxed{\ell = -m^2 = -1}$$



$$\text{Como } m_x = m_z = 1 \text{ y } m_y = -1$$

Una mano derecha se convierte en mano izquierda al reflejarse en un espejo plano.

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

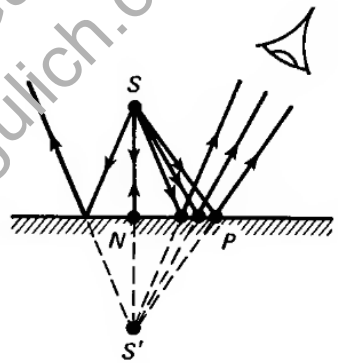
Espejos planos

En este caso la imagen especular que se forma tiene las siguientes características:

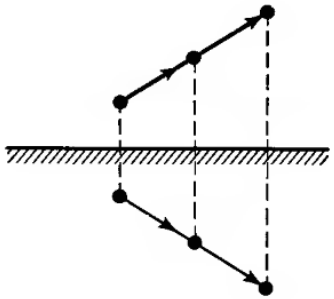
- Se encuentra a la misma distancia del plano del espejo que el objeto
- Tiene el mismo tamaño que el objeto ($m=h'/h=1$) es simétrica respecto del objeto pero $\ell=-1$; es decir que hay inversión parcial o especular.
- Es virtual si el objeto es real, y viceversa. La imagen es virtual (se cortan las prolongaciones, no los rayos)

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

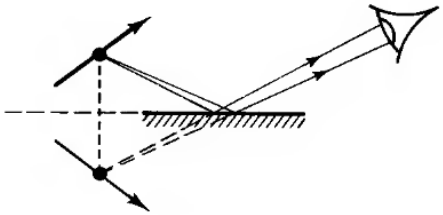
La imagen en el espejo de la mano izquierda es una mano derecha (INVERSION)



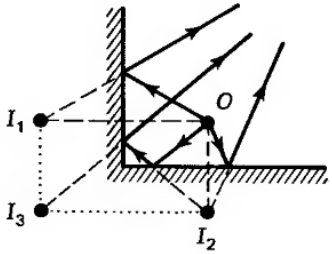
(a)



(b)



(c)

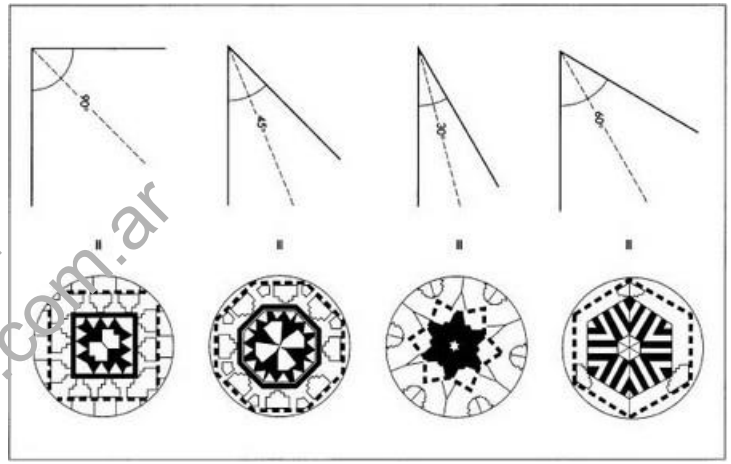


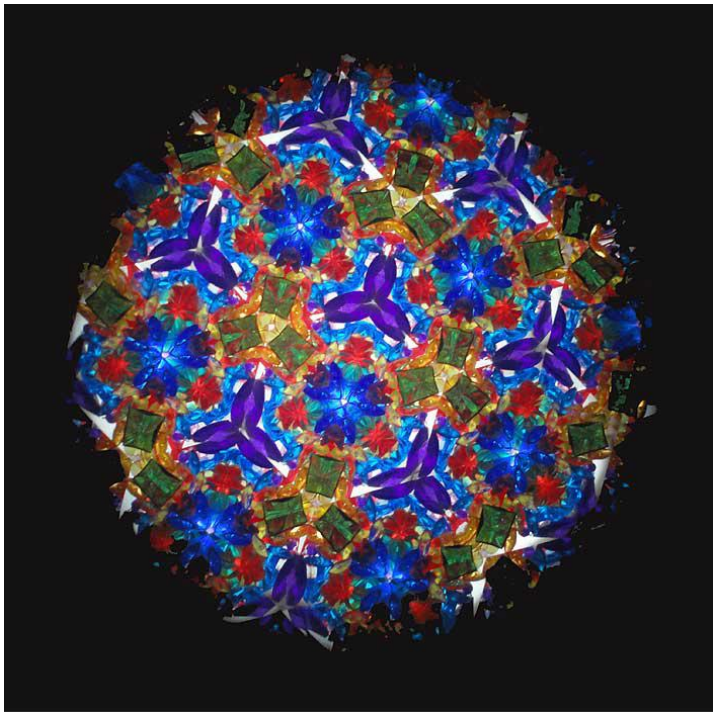
(d)

Espejos planos: caleidoscopio

Un caleidoscopio (del griego *kalós*, bella, *éidos*, imagen y *scopéo*, observar) es un tubo que contiene tres espejos, que forman un prisma triangular con su parte reflectante hacia el interior, al extremo de los cuales se encuentran dos láminas traslúcidas entre las cuales hay varios objetos de colores y formas diferentes, cuyas imágenes se ven multiplicadas simétricamente al ir girando el tubo mientras se mira por el extremo opuesto. Dichos espejos pueden estar dispuestos a distintos ángulos. A 45º de cada uno se generan ocho imágenes duplicadas. A 60º se observan seis duplicados y a 90º cuatro.

El caleidoscopio moderno fue inventado en 1816 por el físico escocés David Brewster, quien lo patentó en 1817 pero nunca gozó de una remuneración. El ritmo de venta fue enorme, pero la facilidad de fabricación fomentó las imitaciones y réplicas, y en poco tiempo, otros empresarios comenzaron a recibir ganancias vendiendo cientos de miles de ejemplares.



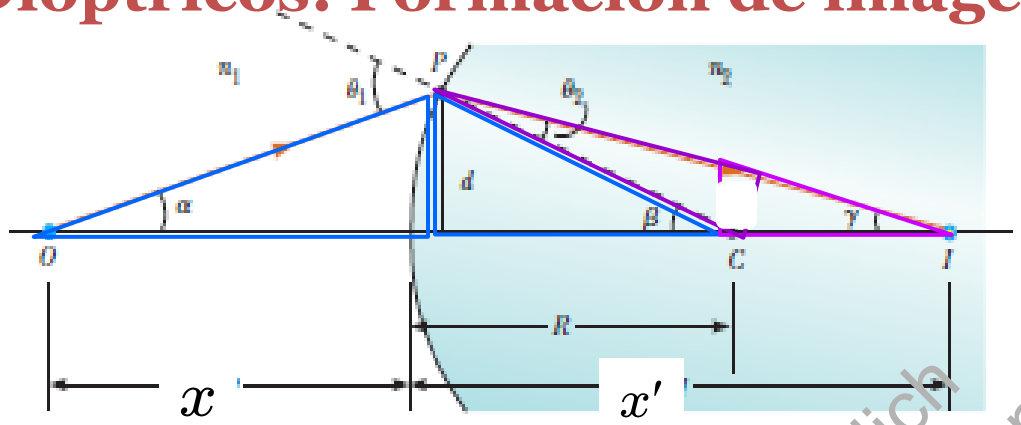


© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

6.5 Dióptricos

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Dióptricos: Formación de imágenes por refracción



La superficie limitante es esférica de radio R.

Convención de signos (DIN 1335)
Luz desde izquierda,
signo + a izquierda, signo – a derecha.
signo + arriba, signo – abajo.

De la Ley de Snell: $n_1 \operatorname{sen}(\theta_1) = n_2 \operatorname{sen}(\theta_2)$

Aproximación paraxial: si $\theta \sim 0$ (rad) $\rightarrow \operatorname{sen}(\theta) \sim \theta$

Snell: $\rightarrow n_1\,\theta_1 = n_2\,\theta_2$

Propiedad: en todo triángulo un ángulo externo es igual a la suma de los interiores opuestos.

En OPC: $\theta_1 = \alpha + \beta$

En PIC: $\beta = \theta_2 + \gamma$

Combinando las ecuaciones anteriores y eliminando θ_1 y θ_2:

$n_1\,\alpha + n_2\,\gamma = (n_2 - n_1)\,\beta$ (*)

Si los ángulos son pequeños $\tan(\theta) \simeq \theta$ (rad): $\alpha \simeq d/x$; $\beta \simeq d/R$; $\gamma \simeq d/x'$

sustituyendo en (*), considerando la convención de signos, y dividiendo por d resulta:

$$\boxed{\frac{n_1}{x} - \frac{n_2}{x'} = \frac{(n_1 - n_2)}{R}}$$

Ecuación de los dióptricos

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Dióptricos: foco imagen y foco objeto

De la ecuación de los dióptricos esféricos $\dfrac{n_1}{x} - \dfrac{n_2}{x'} = \dfrac{(n_1 - n_2)}{R}$

- **Foco imagen:** posición de la imagen para un objeto localizado en infinito ($x \to \infty$)

$$x' = f' = \frac{R\,n_2}{(n_1 - n_2)}$$

- **Foco objeto:** posición del objeto para formar una imagen localizada en infinito ($x' \to \infty$)

$$x = f = \frac{R\,n_1}{(n_1 - n_2)}$$

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Dióptricos: aumentos

De la ecuación de los dióptricos esféricos $\dfrac{n_1}{x} - \dfrac{n_2}{x'} = \dfrac{(n_1 - n_2)}{R}$

- **Aumento transversal dióptrico**

$$m = \frac{x'/n_2}{x/n_1}$$

- **Aumento longitudinal dióptrico**

$$L = -\left(\frac{f'}{f}\right) m^2 = -\left(\frac{n_2}{n_1}\right) m^2$$

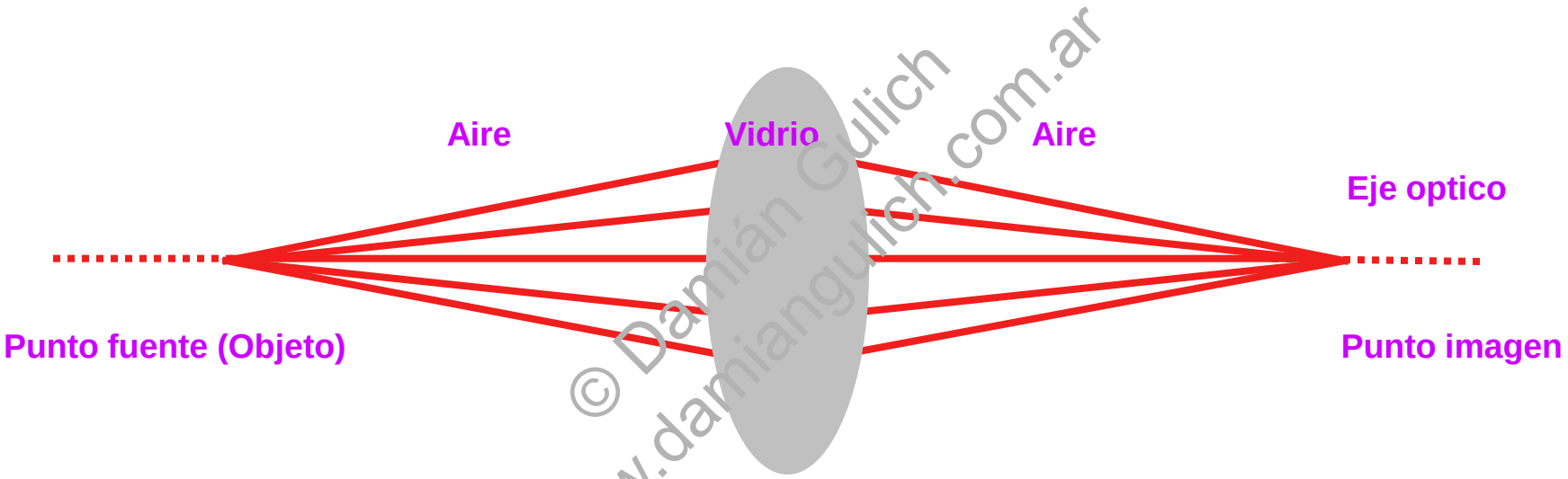
© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

6.5.1 Lentes delgadas

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Lente, instrumento para la formación de imágenes

Una lente es un dispositivo refractor

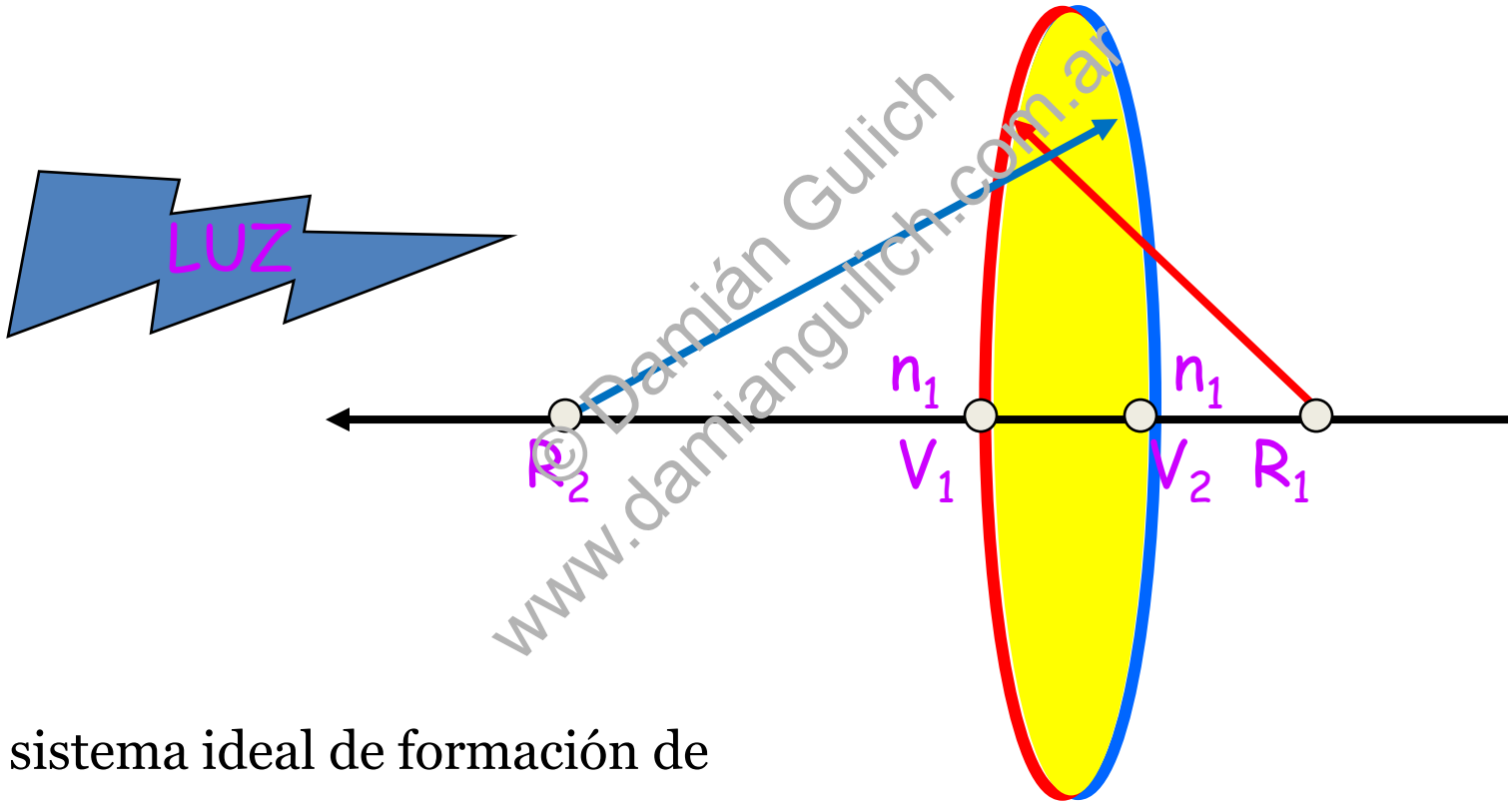


© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

La superficies curvas de los dióptricos hace que los rayos se doblen en proporción a su distancia del eje óptico, de acuerdo a la ley de refracción. Por lo tanto, el frente de onda divergente se convierte en convergente a la salida.

Lentes

LENTE: Sistema óptico formado por la asociación de dos dióptricos que separan dos medios de índices de refracción que pueden ser diferentes, aunque normalmente están inmersos en aire (n=1) y donde al menos uno de esos dióptricos no es plano.



© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

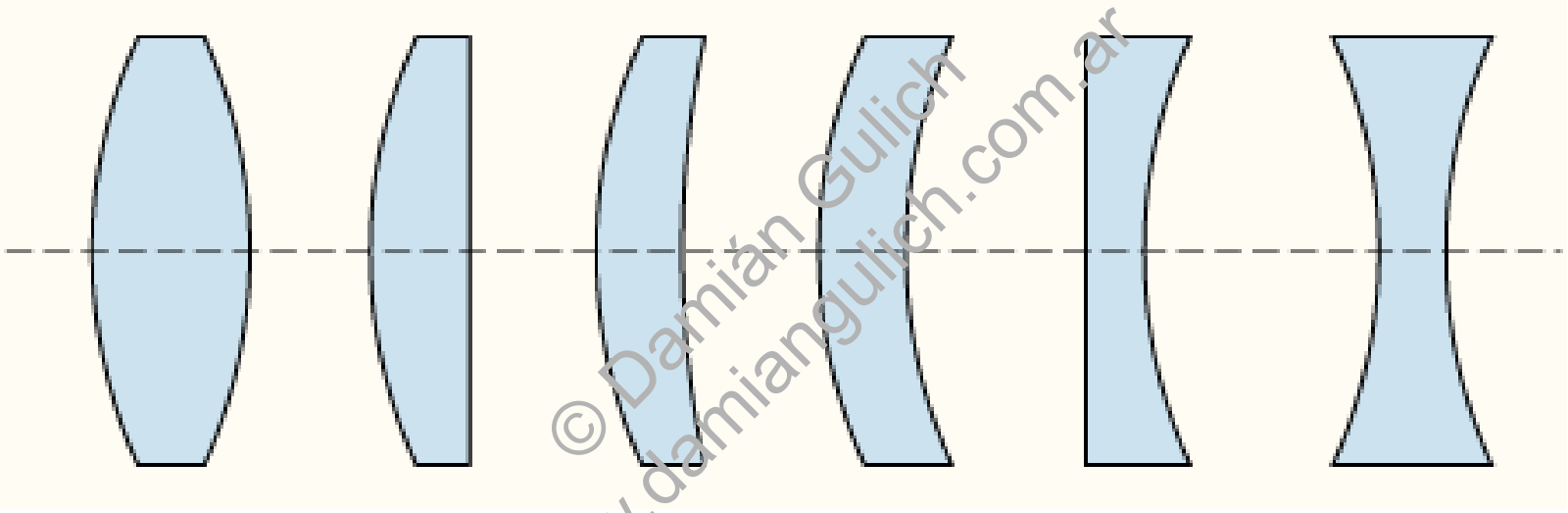
Lente biconvexa

Un sistema ideal de formación de imágenes: cada punto del objeto se proyecta sobre un solo punto en la imagen

Tipos de lentes

Según su geometría las lentes se clasifican en

- *cóncavas*
- *convexas*



biconvexa | plano-convexa | covexa-concava | menisco | plano--concava | biconcava

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

LENTES CONVERGENTES **LENTES DIVERGENTES**

Lentes delgadas

-Una lente delgada es aquella en la que su anchura es despreciable.

-El cálculo de la posición de la imagen dada por una lente convergente puede hacerse mediante el cálculo sucesivo de las imágenes producidas por cada dióptrico

- La imagen producida por el primer dióptrio es el objeto para el segundo: $x_1' = x_2$

- Además: $n_1 = n_2' = 1$

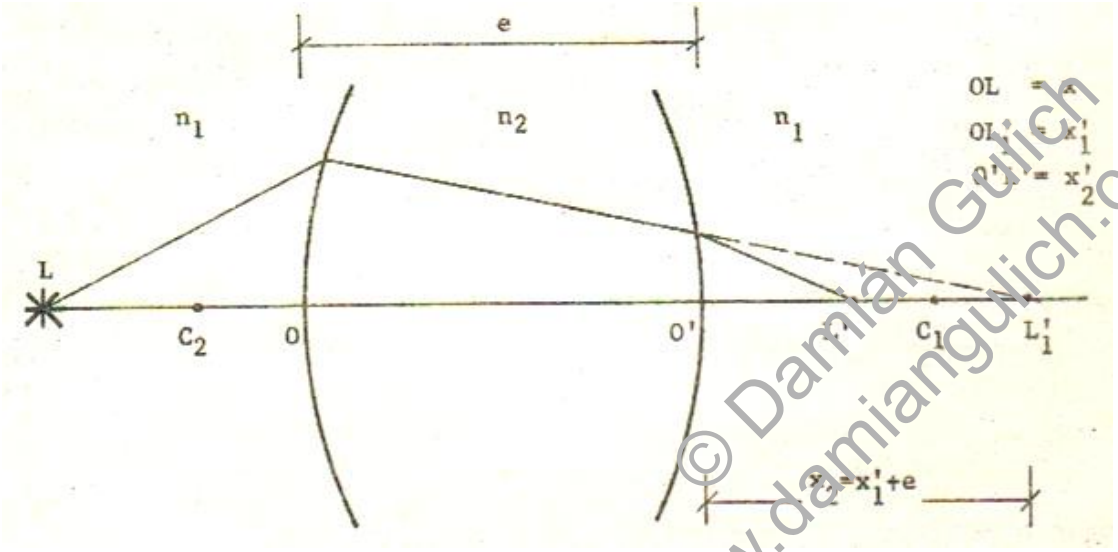
$$n_1' = n_2 = n$$

© Damian Gulich
www.damiangulich.com.ar

Ecuación de las lentes

De la ecuación de los dióptricos esféricos $$\frac{n_1}{x} - \frac{n_2}{x'} = \frac{(n_1 - n_2)}{R}$$

Convención de signos (DIN 1335)
Luz desde izquierda,
signo + a izquierda, signo – a derecha.
signo + arriba, signo – abajo.



De $n_1 \to n_2$

$$\frac{n_1}{x_1} - \frac{n_2}{x'_1} = \frac{(n_1 - n_2)}{R_1}$$

De $n_2 \to n_1$ al salir

$$\frac{n_2}{x'_1 + e} - \frac{n_1}{x'_2} = \frac{(n_2 - n_1)}{R_2}$$

Si $e \to 0$ y combinamos ambas ecuaciones: $$\frac{n_1}{x_1} - \frac{n_1}{x'_2} = \frac{(n_1 - n_2)}{R_1} + \frac{(n_2 - n_1)}{R_2}$$

$$\boxed{\frac{1}{x} - \frac{1}{x'} = \frac{(n_2 - n_1)}{n_1}\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right) = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)}$$

Ecuación de las lentes delgadas

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Lentes delgadas: distancia focal

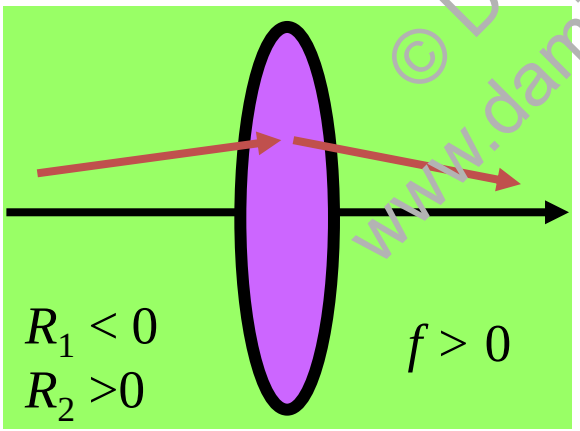
De la ecuación de las lentes: $\frac{1}{x} - \frac{1}{x'} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)$

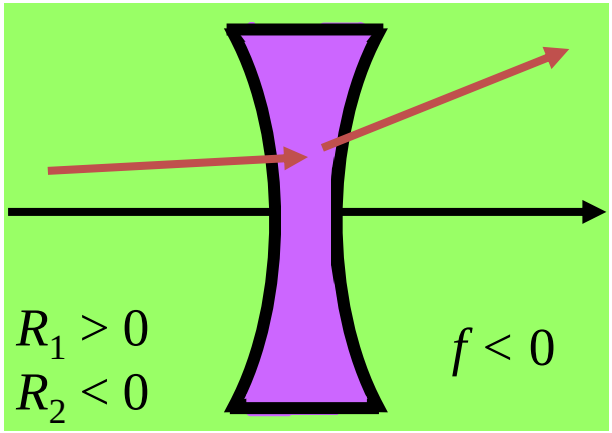
$$\boxed{\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)}$$

n_2 en gral. es del vidrio (n entre 1,5 y 1,7)

© Damian Gulich
www.damiangulich.com.ar

La cantidad f, es la **distancia focal** de la lente. Este es el parámetro más importante de la lente. Puede ser positivo o negativo.





Si $f > 0$, la lente deflecta los rayos hacia el eje

Si $f < 0$, la lente deflecta los rayos fuera del eje

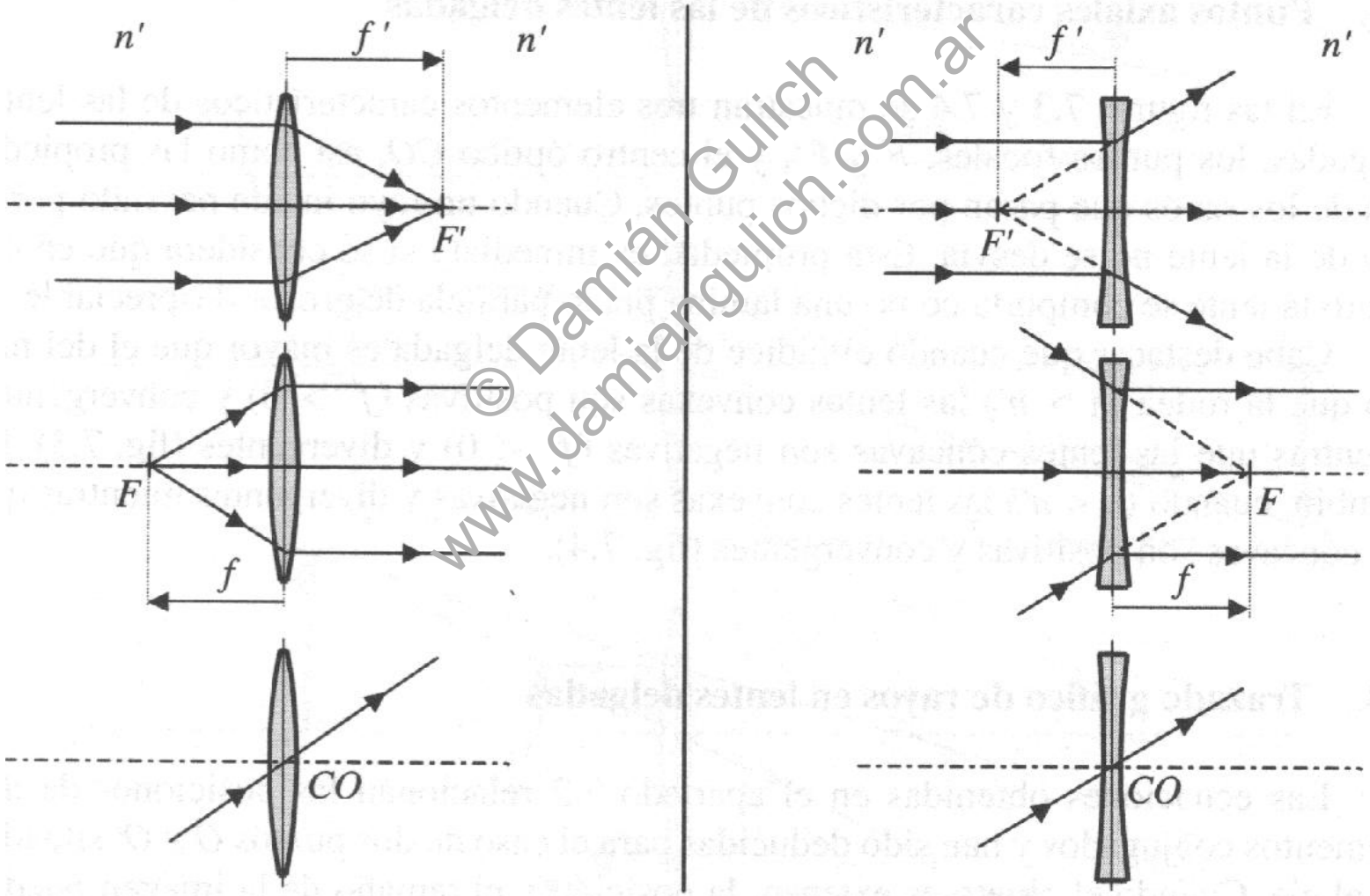
Lentes delgadas: marcha de rayos

Lentes delgadas con n $(n_2 = n_{\text{vidrio}}) > n'$ $(n_1 = n_{\text{ext}})$

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)$$

Lente convergente

Lente divergente

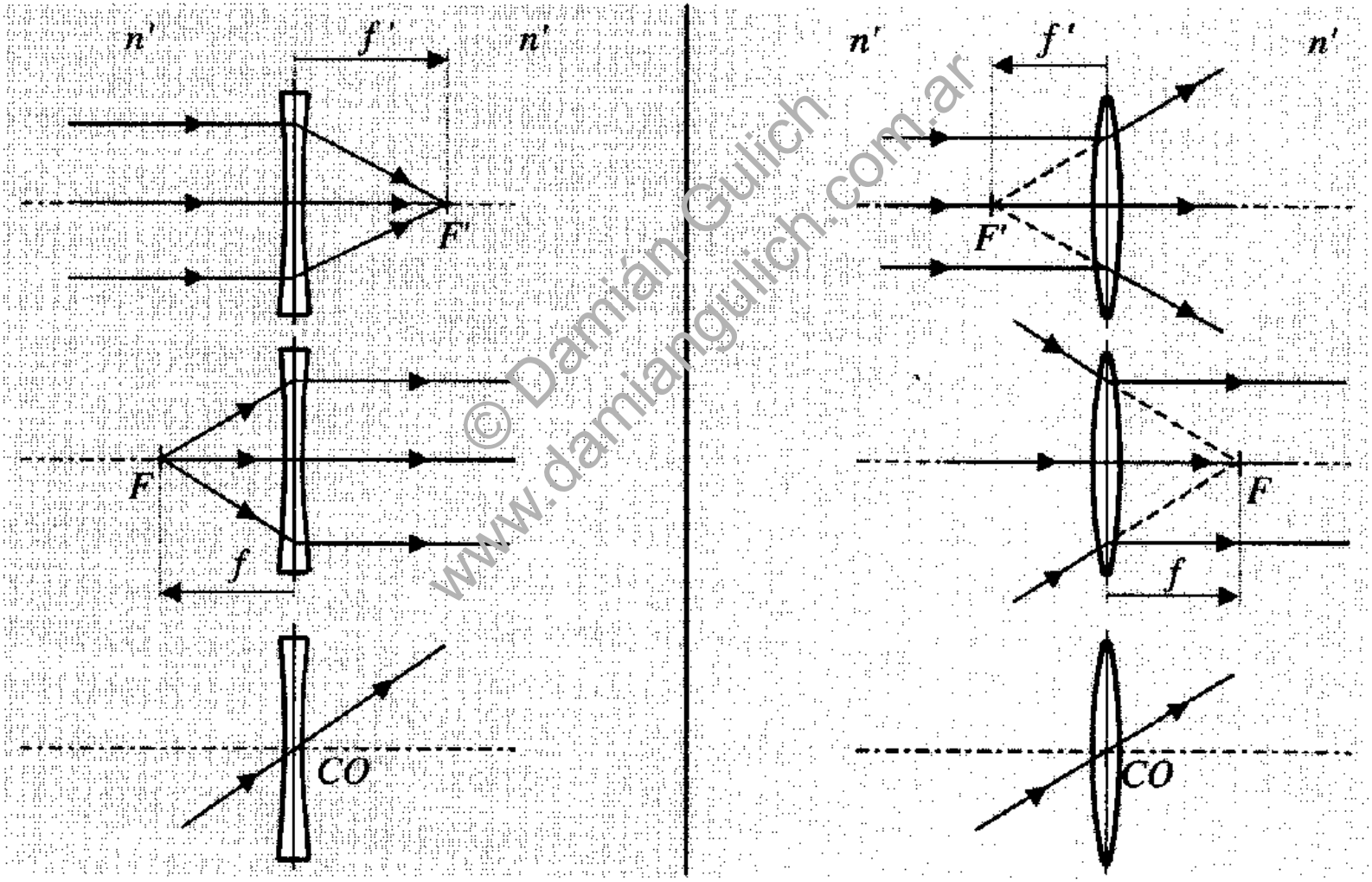


© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Lentes delgadas (tipo “burbuja”): marcha de rayos

Lentes delgadas con n $(n_2 = n_{\text{vidrio}}) < n'$ $(n_1 = n_{\text{ext}})$

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)$$



© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Lentes delgadas: foco imagen y foco objeto

De la ecuación de las lentes: $\frac{1}{x} - \frac{1}{x'} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)$

- **Foco imagen:** posición de la imagen para un objeto localizado en infinito ($x \to \infty$)

De la ecuación de las lentes: $\frac{1}{x'} = \frac{1}{f'} = -\left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)$

Los rayos que inciden paralelos al eje pasan por el foco imagen

- **Foco objeto:** posición del objeto para formar una imagen localizada en infinito ($x \to \infty$)

De la ecuación de las lentes: $\frac{1}{x} = \frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)$

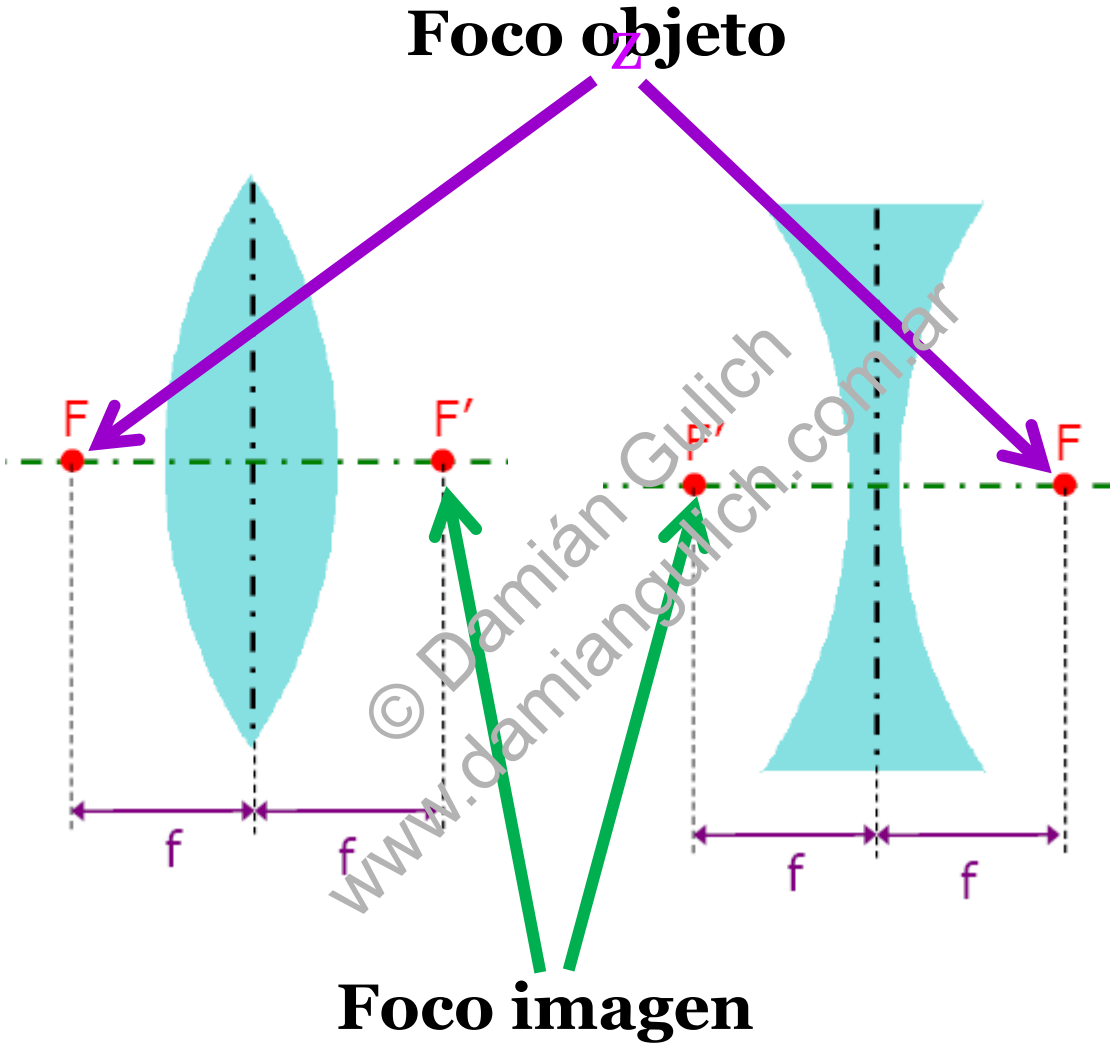
Los rayos que inciden pasando por el foco objeto salen paralelos al eje.

© Damian Gulich
www.damiangulich.com.ar

El foco imagen está del lado opuesto al foco objeto

$$\boxed{f = -f'}$$

Lentes delgadas: focos



© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Los focos objeto e imagen están invertidos en lentes convergentes y divergentes

Lentes delgadas: potencia dióptrica

De la ecuación de las lentes definimos la **potencia dióptrica** como:

$$\boxed{P = \frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)}$$

Si f se mide en m, entonces las unidades de P son [1/m] y en este contexto se denominan **dioptrías** [D].

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Ejemplos:

1. Si $f = +10\,\mathrm{m} \Rightarrow P = +0{,}1\,\mathrm{D}$ (lente convergente).
2. Si $f = -2\,\mathrm{m} \Rightarrow P = -0{,}5\,\mathrm{D}$ (lente divergente).

6.5.2 Lentes delgadas: trazado de rayos

© Damian Gulich
www.damiangulich.com.ar

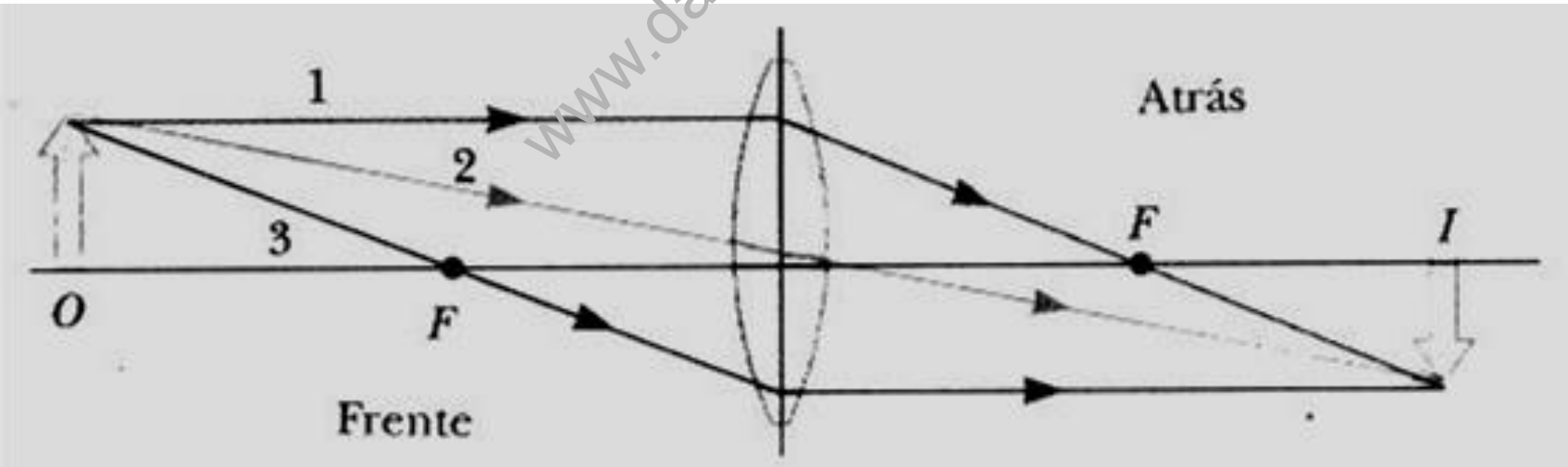
Trazado de rayos

La posición y tamaño de la imagen pueden determinarse gráficamente a partir de la trayectoria de los rayos de luz saliendo del extremo del objeto pasan de forma real o virtual por alguno de los puntos axiales característicos de la lente (puntos focales y centro óptico). Estos rayos son:

- el rayo que incide paralelo al eje
- el rayo que pasa por el foco objeto
- el rayo que pasa por el centro óptico

Cuando un rayo incide pasando por el centro de la lente no se desvía. Esto se debe a que en ese punto la lente se comporta como lamina plano paralela de grosor despreciable.

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar



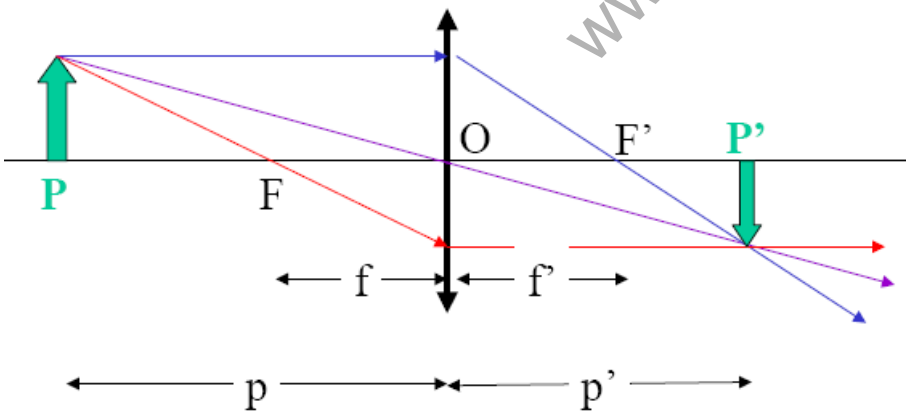
Trazado de rayos

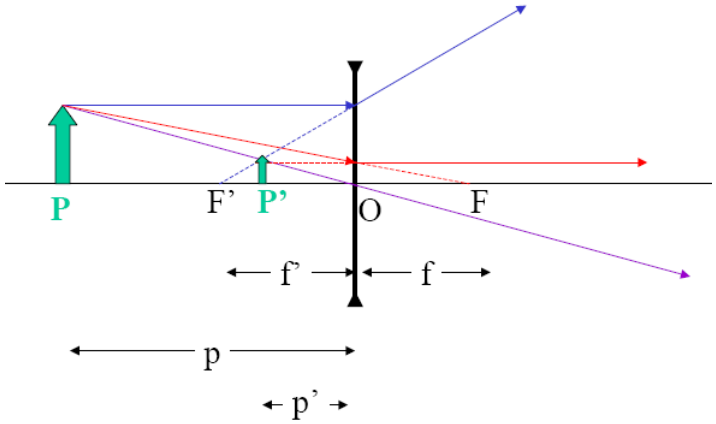
Para determinar la posición y el tamaño de la imagen, se utilizan rayos que salen
Del extremo del objeto y pasan por puntos especiales:

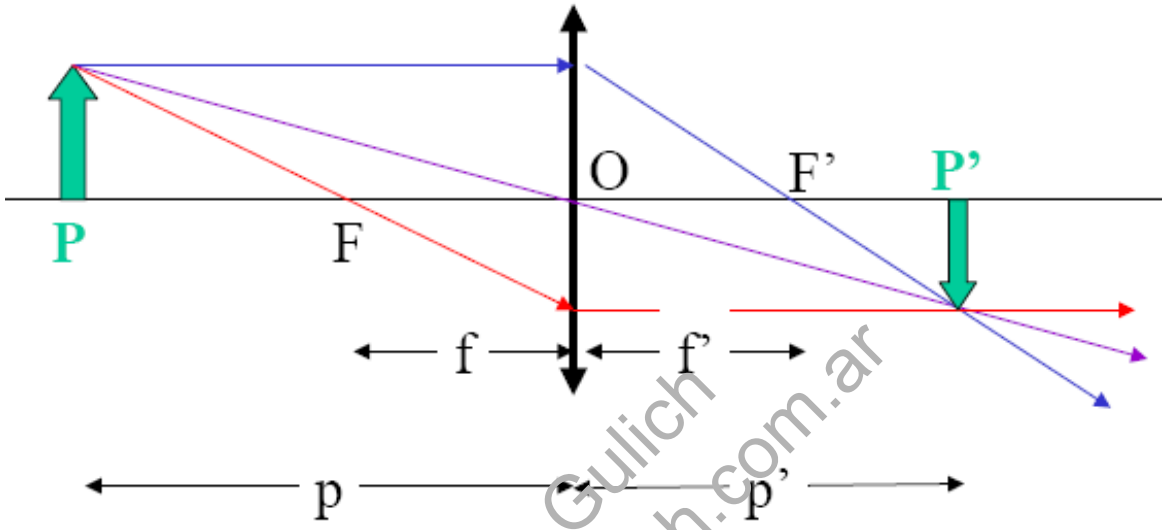
- El rayo que incide paralelo al eje pasa por el foco imagen o diverge desde él
- El rayo que pasa o se dirige al foco objeto sale paralelo
- El rayo que pasa por el centro óptico no se deflecta.

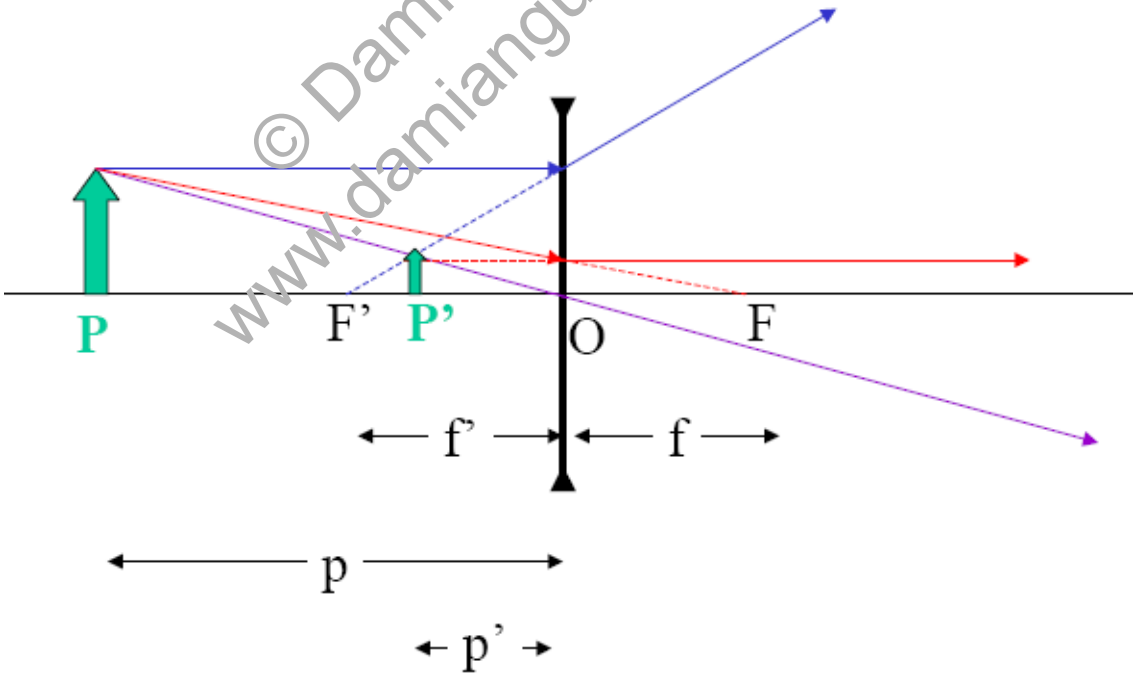
Este método es común tanto a lentes delgadas convergentes como divergentes.

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar



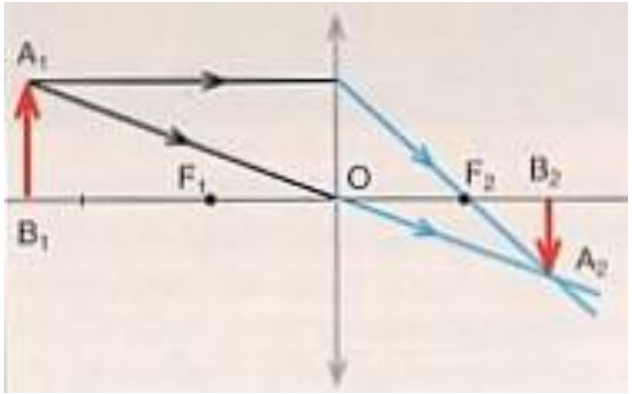






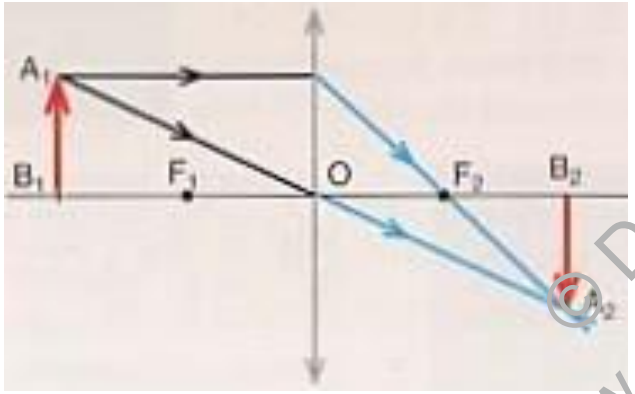
© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Trazado de rayos: lentes convergentes



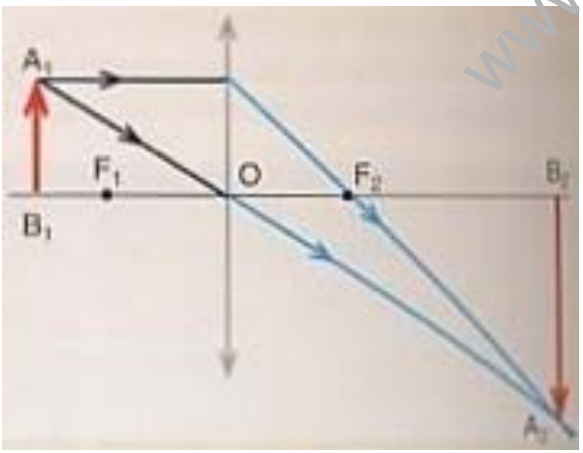
Posición del objeto entre el infinito y $2f$

Imagen real, invertida y menor



Posición del objeto a una distancia $2f$

Imagen real, invertida e igual

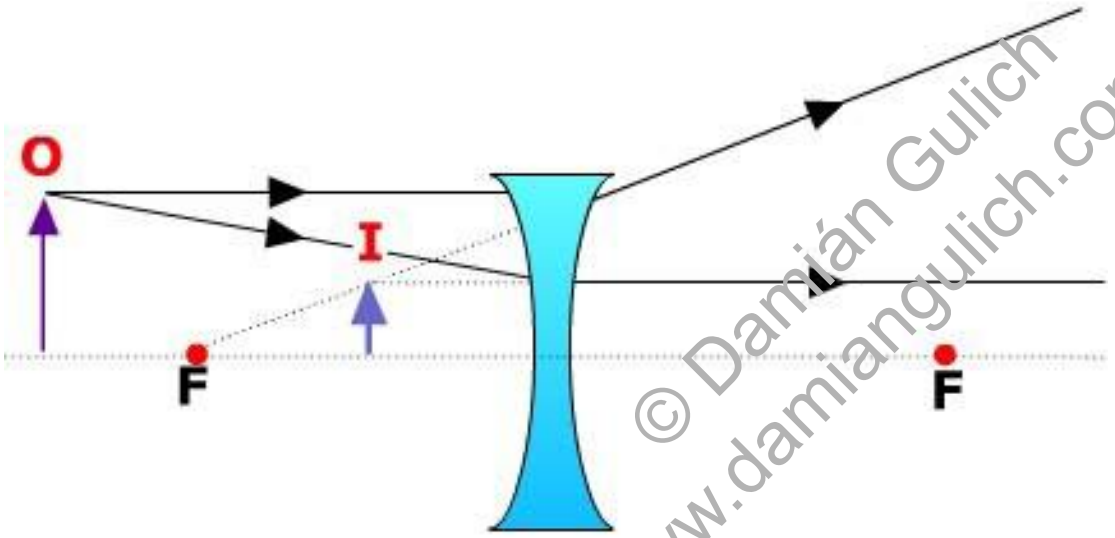


Posición del objeto entre f y $2f$

Imagen real, invertida y aumentada

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Trazado de rayos: lentes divergentes



© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

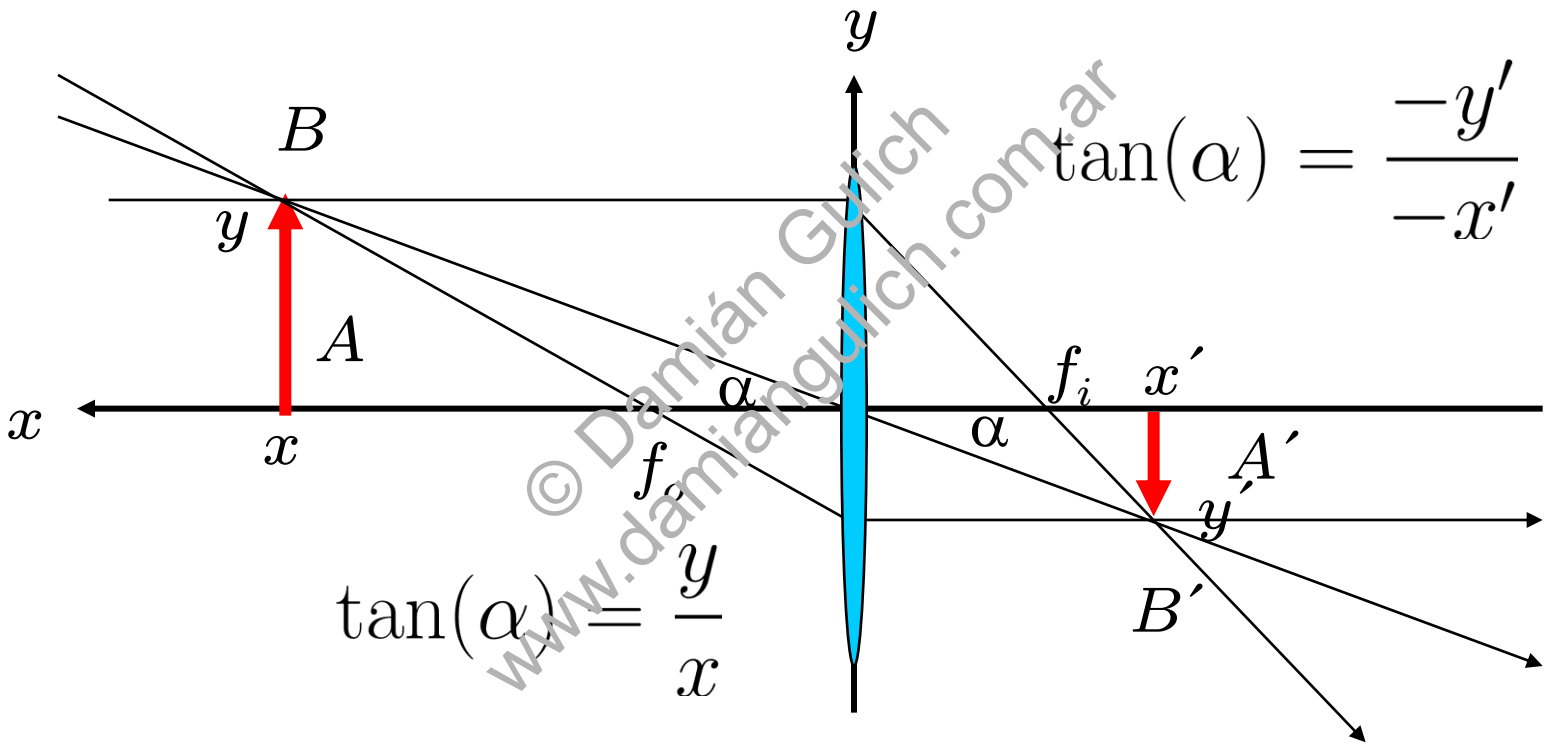
Posición del objeto entre el infinito y 2f

Imagen virtual, derecha y menor

6.5.3 Lentes delgadas: Aumentos

© Damian Gulich
www.damiangulich.com.ar

Lentes delgadas: aumentos (magnificaciones)



© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Lentes delgadas: Aumentos transversal y longitudinal

De la ecuación de las lentes: $\frac{1}{x} - \frac{1}{x'} = \frac{1}{f} \Rightarrow x' = \frac{xf}{f-x}$

•Aumento transversal (o lateral)

Definiéndolo como $m = y'/y = x'/x$

$$M = \frac{x'}{x} = \frac{f}{f-x}$$

•Aumento longitudinal (o axial)

Definiéndolo como $L = dx'/dx$

$$L = \frac{dx'}{dx} = \cdots = \left(\frac{f}{f-x}\right)^2 = M^2$$

$$L = M^2 > 0$$

Con la magnificación longitudinal debemos tener cuidado al considerar objetos tridimensionales

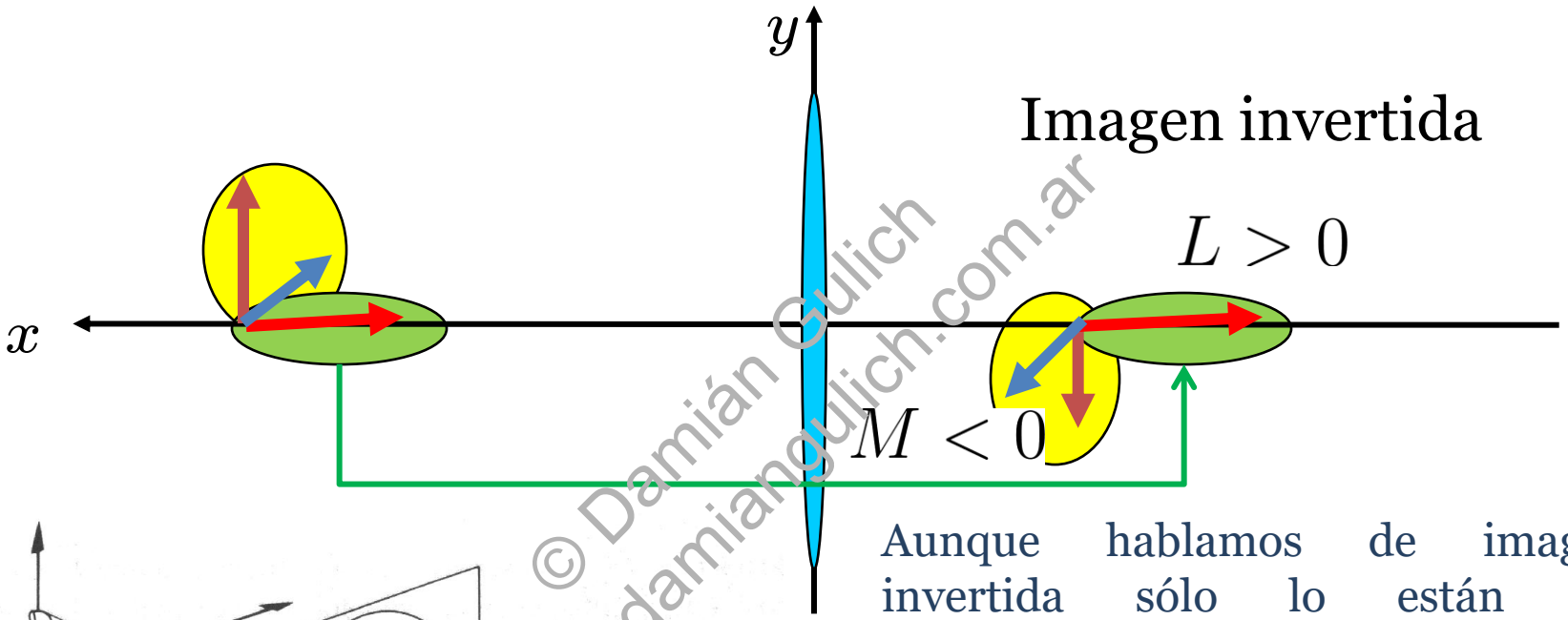
© Damian Gulich
www.damiangulich.com.ar

6.5.4 Lentes delgadas: alteraciones en las imágenes

© Damian Gulich
www.damiangulich.com.ar

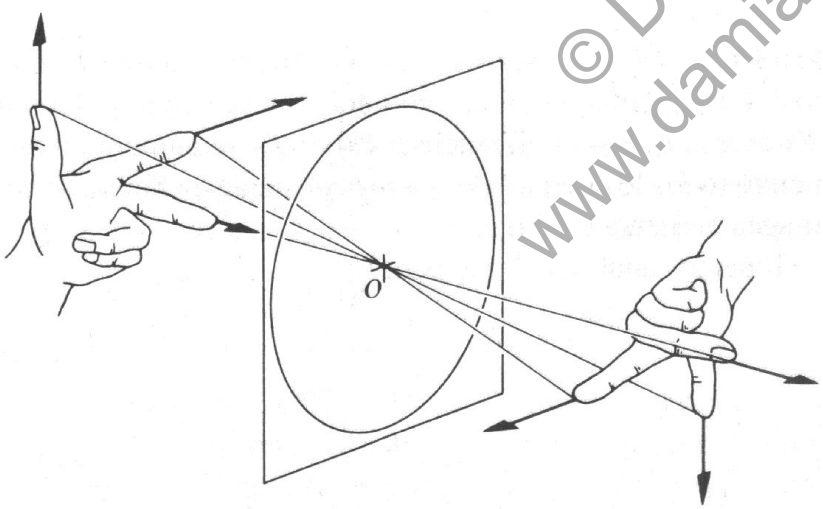
Alteraciones en las imágenes

La imagen de un objeto tridimensional ocupa una región tridimensional del espacio. El objeto es afectado en sus dimensiones longitudinales y transversal.



© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

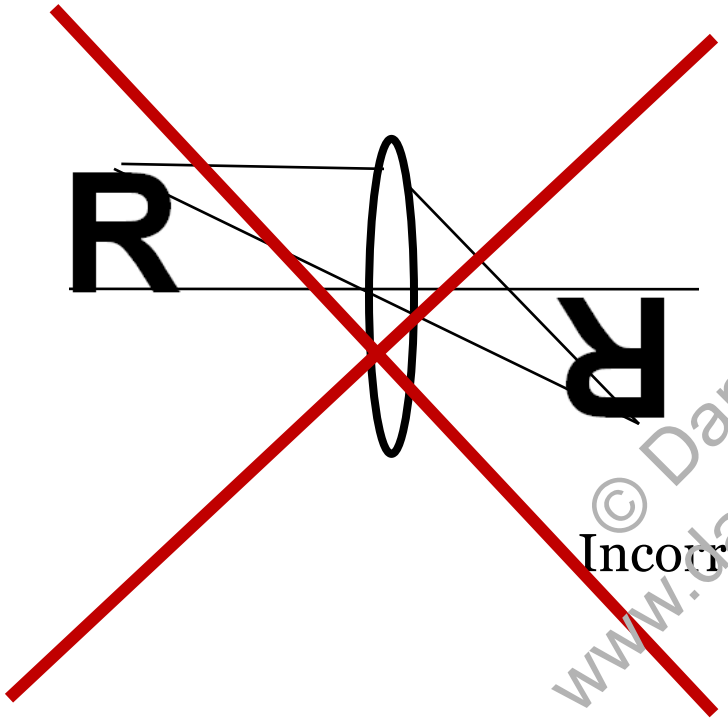
Aunque hablamos de imagen invertida sólo lo están las dimensiones transversales pero **no las longitudinales**.



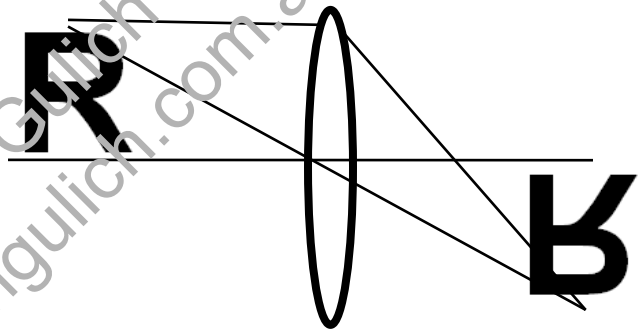
Orientación de la imagen invertida para una lente delgada

Equivale a una rotación 180º alrededor del eje óptico

Representación gráfica del efecto de magnificación en objetos tridimensionales



Incorrecto



Correcto

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Deformación longitudinal de la imagen de un objeto extenso a lo largo del eje óptico

Un objeto extenso a lo largo del eje óptico puede interpretarse como una sucesión de planos transversales a lo largo de ese eje. Cada plano tendrá entonces un aumento transversal distinto y la imagen estará deformada.

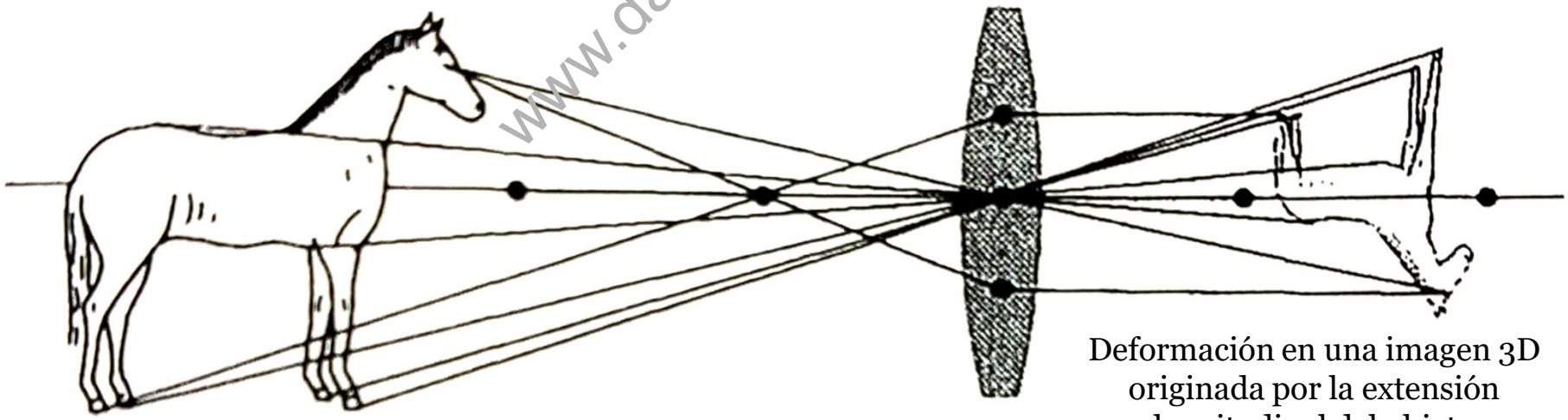
$$L = M^2$$

aumento longitudinal =(aumento trasversal)^2

El aumento longitudinal es distinto al aumento transversal, excepto cuando m=+/-1)

Objeto e imagen NO son geométricamente semejantes
la deformación es pequeña cerca $x = 2f$,
la deformación es máxima cerca foco $x=f$

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar



Deformación en una imagen 3D originada por la extensión longitudinal del objeto

6.5.5 Sistemas de muchas lentes delgadas

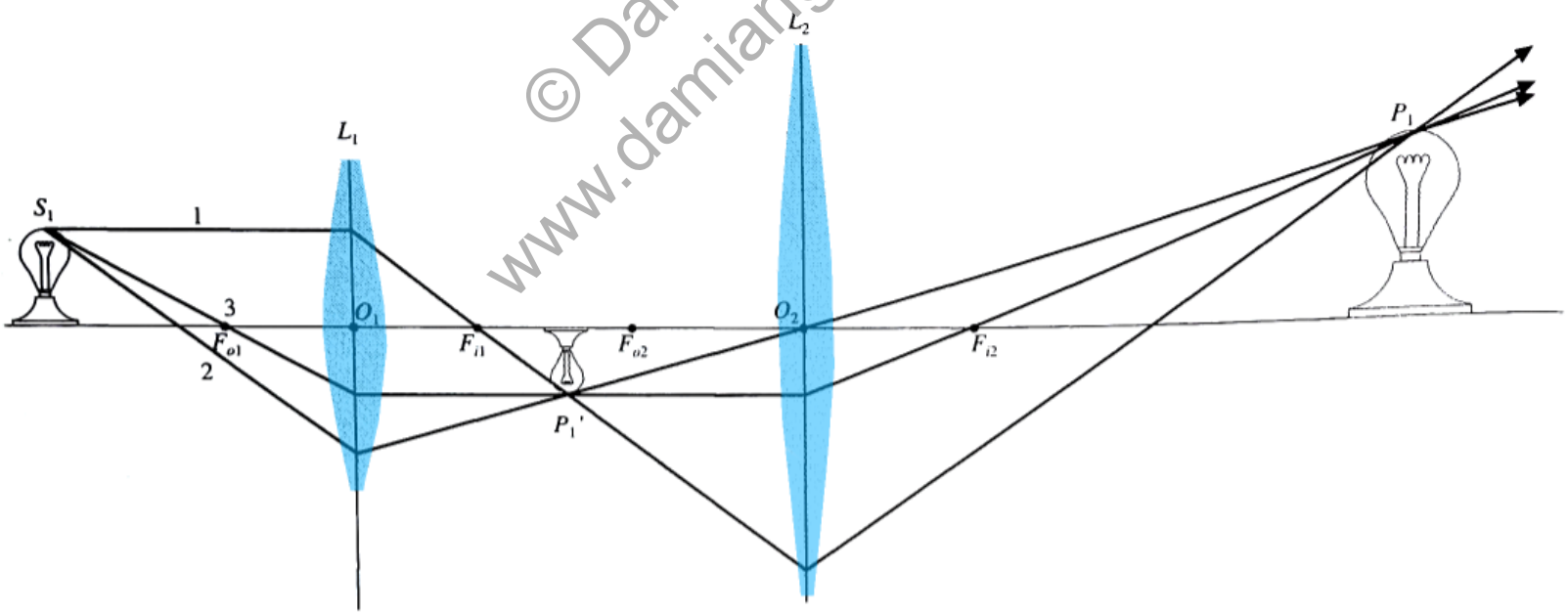
© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Sistemas de lentes acopladas

Cuando se asocian varios elementos en un sistema (lentes, espejos) la imagen formada por el primer elemento es objeto para el segundo, etc.

Si los rayos que emergen del primer elemento son desviados antes de converger en el punto imagen, se tendrá que el segundo elemento opera con un objeto virtual.

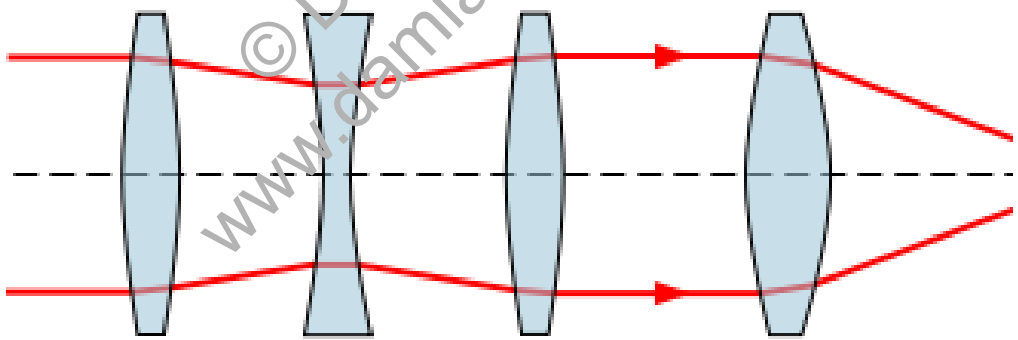
© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar



Lentes delgadas acopladas: aumento transversal total

En caso de haber varias (N) lentes delgadas acopladas, el **aumento transversal total** (o efectivo) del sistema es el producto de los aumentos individuales:

$$\boxed{M_{\text{tot}} = M_1 \cdot M_2 \cdot \cdots \cdot M_N}$$



© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Lentes delgadas acopladas: distancia focal efectiva y potencia dióptrica efectiva

En caso de haber varias (N) lentes delgadas acopladas:

1. La **distancia focal efectiva** f del sistema se calcula según:

$$\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \cdots + \frac{1}{f_N}}$$

2. Por lo anterior, la **potencia dióptrica efectiva** P del sistema es:

$$\boxed{P = P_1 + P_2 + \cdots + P_N}$$

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

6.5.6 El ojo humano

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

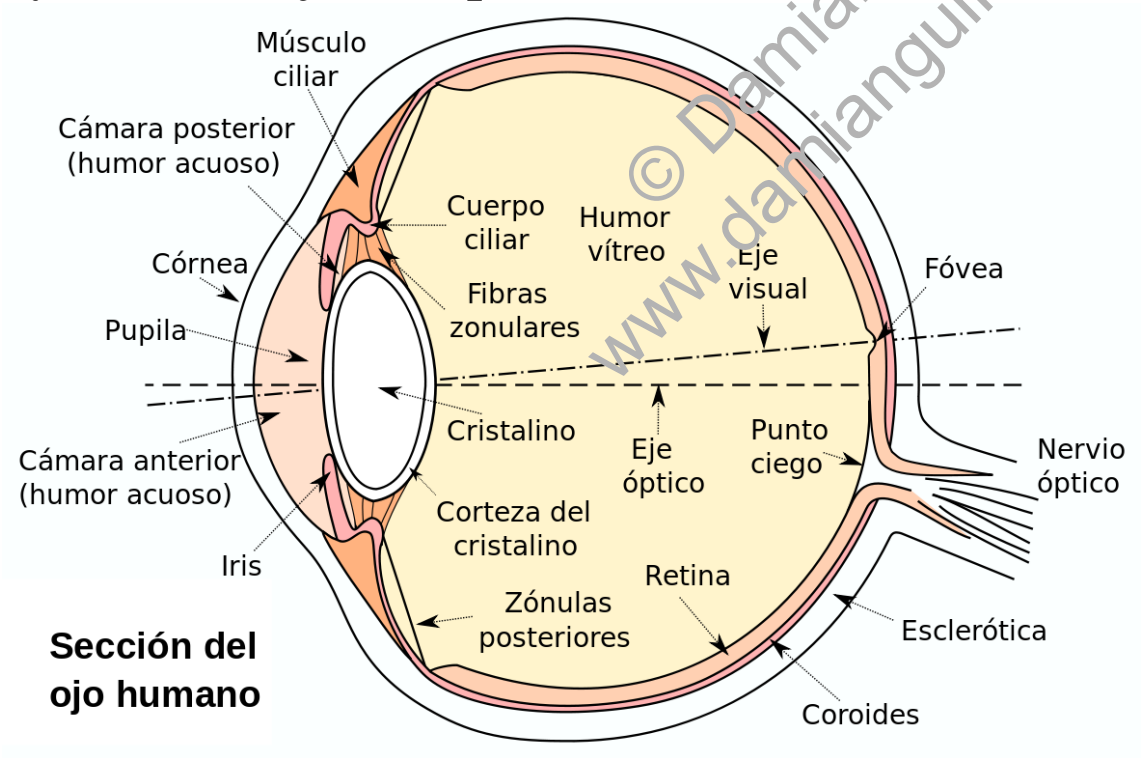
El ojo humano

El modelo de “ojo reducido” se usa para esquematizar el ojo humano: se concentra toda la potencia refractiva en un único dióptrico esférico (el cristalino como lente delgada).

El mecanismo de enfoque del ojo se caracteriza por ser capaz de variar la potencia manteniendo fijo el tamaño, a cargo del músculo ciliar que varía la curvatura del cristalino.

El punto más cercano al ojo que se puede ver nítido es el *punto próximo* y el más alejado el *punto remoto*.

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

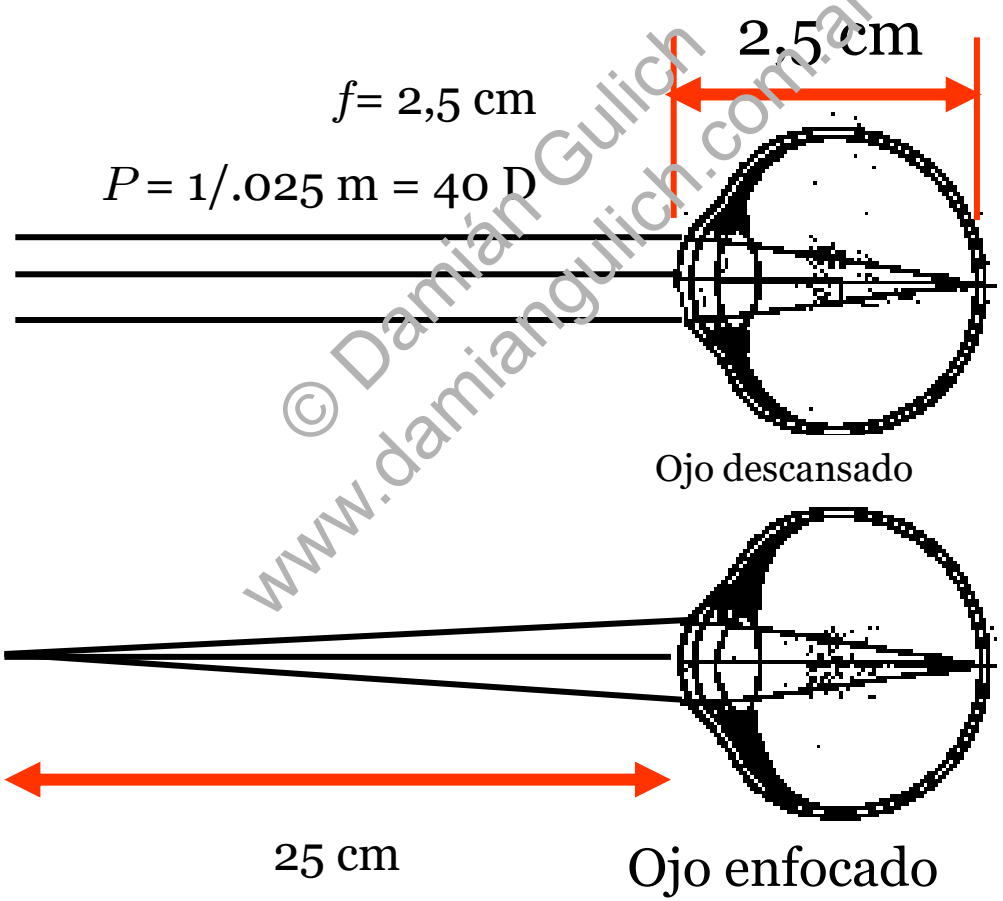


Sección del ojo humano

La aproximación de lente delgada es muy burda para el ojo; la potencia del ojo es <u>mayor</u> a 40 dioptrías

El ojo normal (emétrope)

El ojo de refracción normal (o emétrope) es el que en reposo o sin acomodación enfoca sobre la retina la imagen de un objeto situado en el infinito.

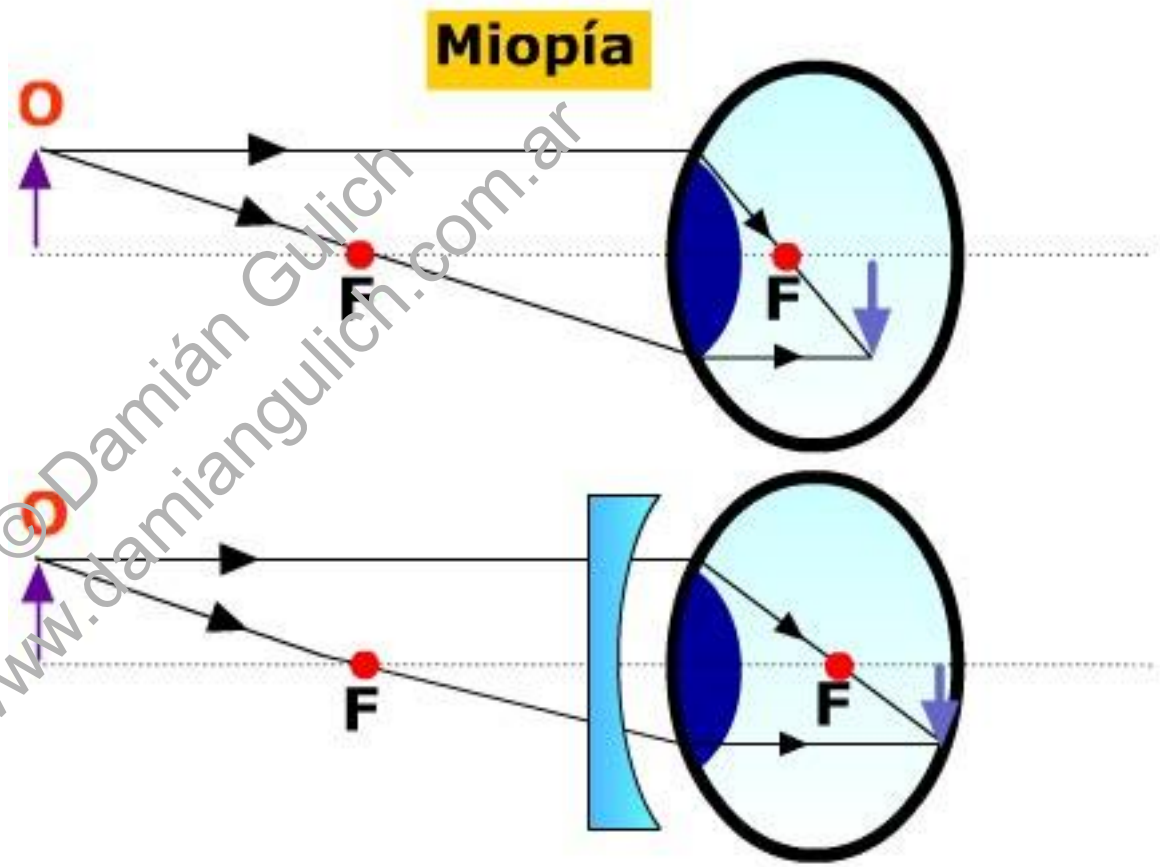


© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

El ojo miope

Cuando el ojo **miope** enfoca al infinito, debido a un exceso de potencia, la imagen se forma por delante de la retina (consecuencia: visión borrosa) .

Para corregir este defecto se usan lentes divergentes.

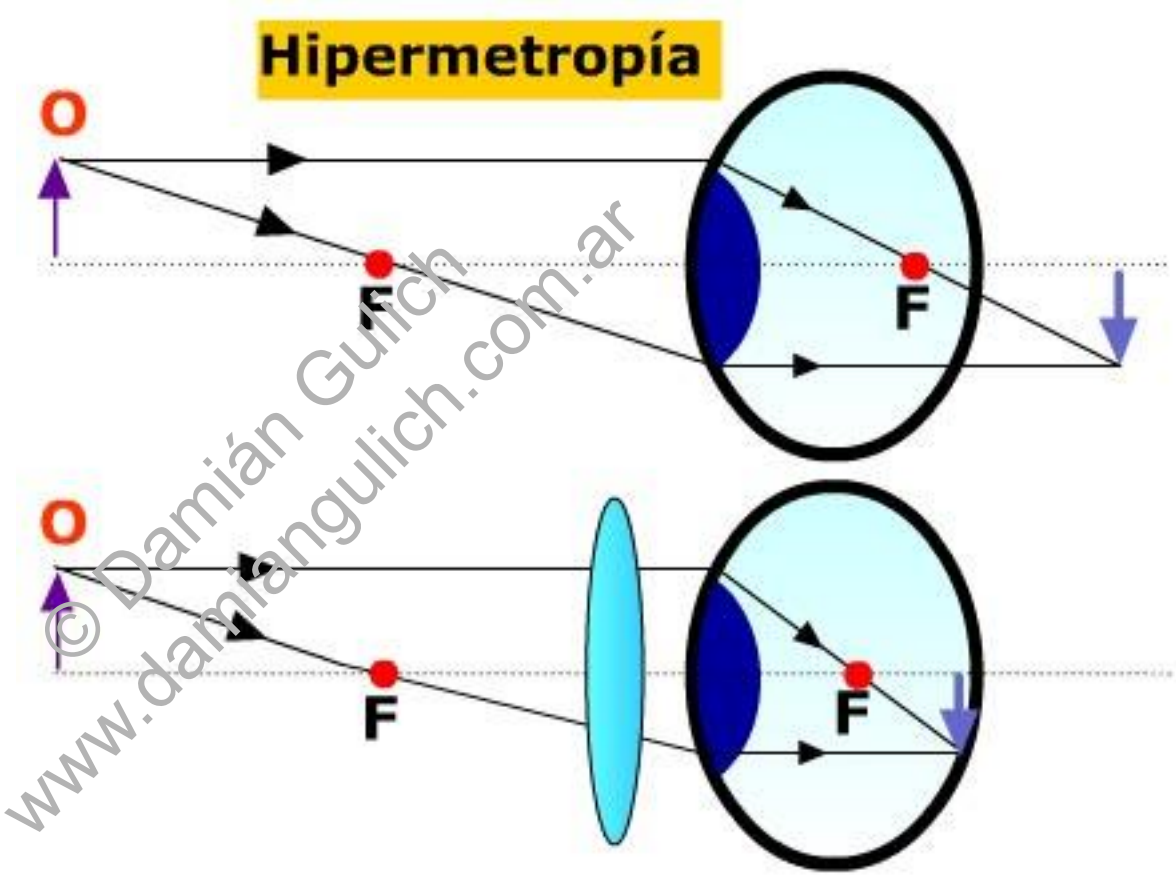


©Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Pare corregirlo se disminuye la potencia del ojo

El ojo hipermétrope

Cuando el ojo **hipermétrope** enfoca al infinito, debido a una falta de potencia, la imagen se forma por detrás de la retina (consecuencia: dificultad con objetos cercanos).



© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Este defecto visual es corregido con una lente convergente.

Pare corregirlo se aumenta la potencia del ojo

6.5.7 Instrumentos ópticos

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Instrumentos ópticos

Los instrumentos se usan para formar imágenes, bien sea imágenes reales formadas sobre una pantalla o sensor, o imágenes virtuales para ser percibidas por el ojo humano.

•**Instrumentos de proyección**: cámara de fotos y proyector: forman imágenes reales sobre receptores.

•**Instrumentos de visión**: son usados para la observación visual y diseñados para acoplarse al ojo humano. Estos forman imágenes virtuales de objetos reales

- •Lupas y microscopios destinados a aumentar el tamaño de objetos próximos
- •Telescopios destinados a la observación de objetos que se encuentran muy alejados o en el infinito y presentan tamaños reducidos desde el punto de vista de la observación.

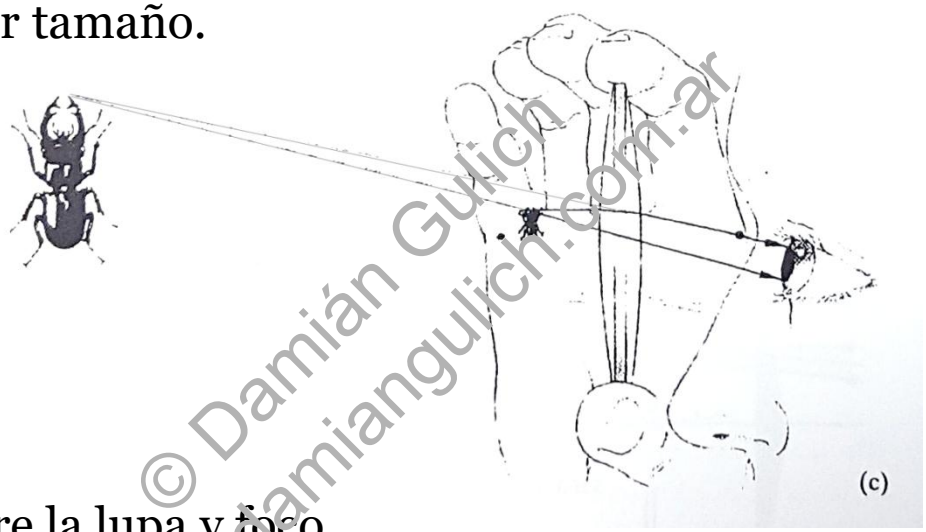
© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Lupa

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Lupa

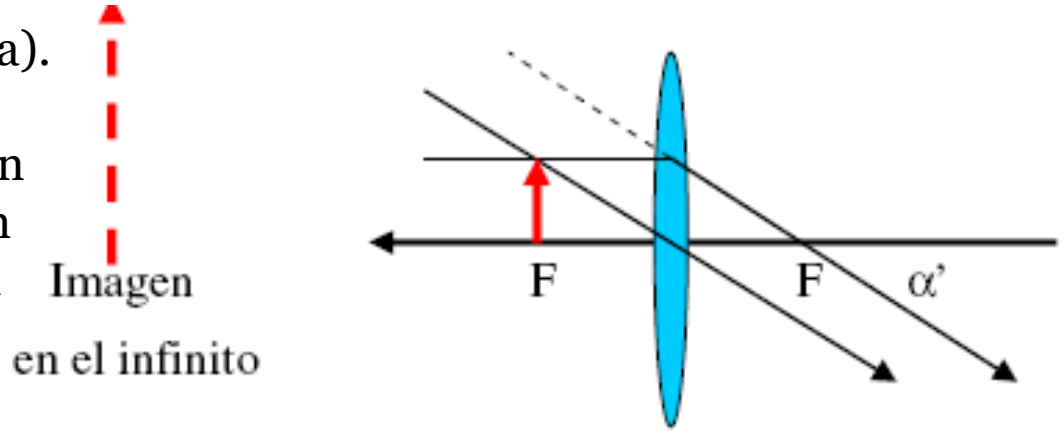
Una **lupa** es una lente convergente de distancia focal pequeña (5 – 10 cm). Se emplea en combinación con el ojo para observar objetos próximos como si fueran de mayor tamaño.



© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

•Si el objeto se coloca entre la lupa y foco objeto -> imagen es virtual (el ojo formará la imagen final real en la retina).

•Si el objeto se coloca en el foco, imagen se forma en el infinito (los rayos entran paralelos al eje del ojo y éste los enfoca en la retina sin esfuerzo (ojo descansado).



Aumento angular

Existe una dificultad en la ecuación de los aumentos ($M = x'/x = y'/y$). Falla cuando objeto o imagen están en el infinito.

El ***aumento angular*** M_A es la relación entre el tamaño de la imagen en la retina cuando se ve a través del instrumento y el tamaño de la imagen cuando se la ve con el ojo desnudo a la distancia de visión normal. Se define la *distancia de visión normal (o punto próximo)* como d_0=0,25 m.

$$\tan(\alpha_0) = y_0/d_0$$

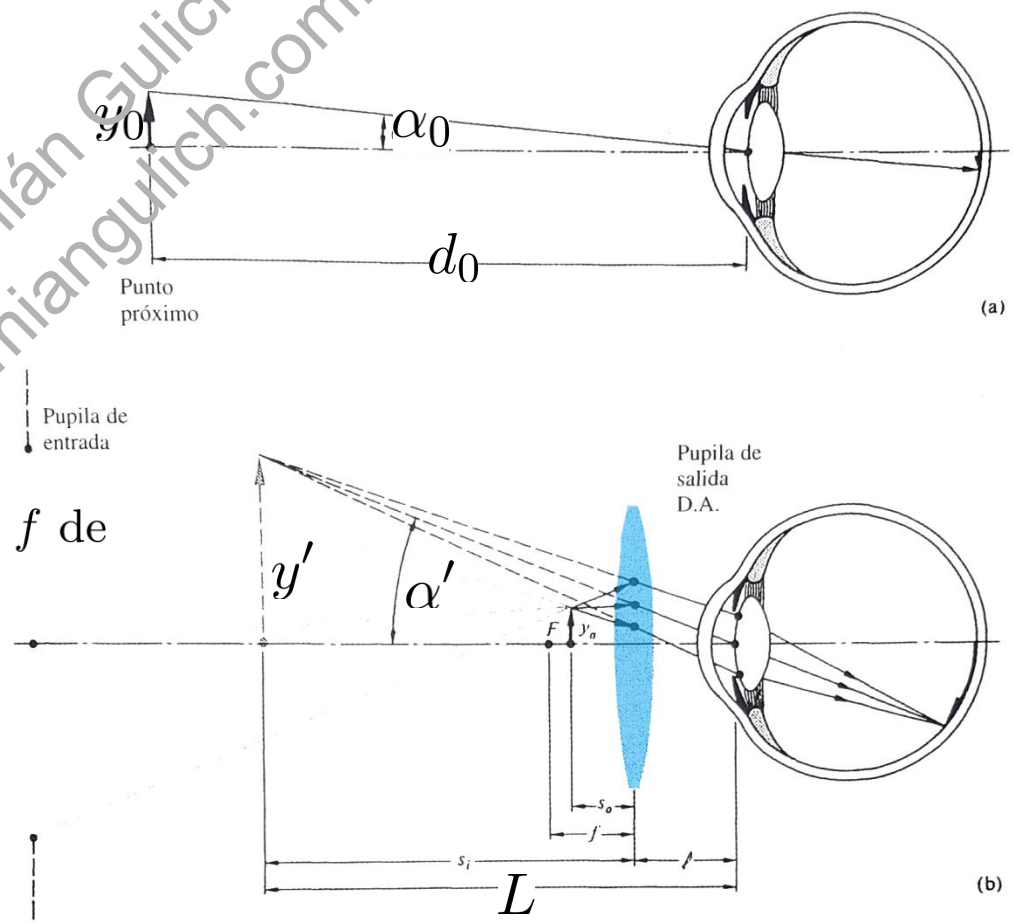
$$\tan(\alpha') = y'/L$$

En condiciones paraxiales $\tan(u) \simeq u$

$$M_A = \frac{\alpha'}{\alpha_0} \simeq \frac{y'\,d_0}{y\,L} = \frac{x'\,d_0}{x\,L}$$

Si el objeto está puesto en el foco $x \to f$ de la lupa, entonces $x' \to L$. Entonces:

$$M_A(\text{lupa}) = \frac{d_0}{f} = d_0 \cdot P$$



© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Aumento angular (nomenclatura comercial)

Dado que la distancia de visión normal (o punto próximo) es d_0=0,25 m y que la potencia P de una lupa o sistema óptico usualmente es un número entero de dioptrías, generalmente se pone el símbolo "X" luego del valor de M_A.

Ejemplo:

Una lupa de P = 10 D (f=0,1 m) tiene un aumento angular

$$M_A = 0{,}25\,\mathrm{m} \cdot 10\,\mathrm{D} = 2{,}5 \equiv 2{,}5\,\mathrm{X}$$

En general las lupas sencillas están limitadas a 2X o 3X.

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Telescopios

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Telescopios

Los anteojos y telescopios son instrumentos utilizados para al observación de objetos lejanos.

El término *telescopio* usualmente se asocia a la observación astronómica.
Los anteojos están compuestos por dos elementos:
•Objetivo
•Ocular

En algunos casos el sistema incorpora un sistema inversor que proporciona una imagen derecha del objeto.

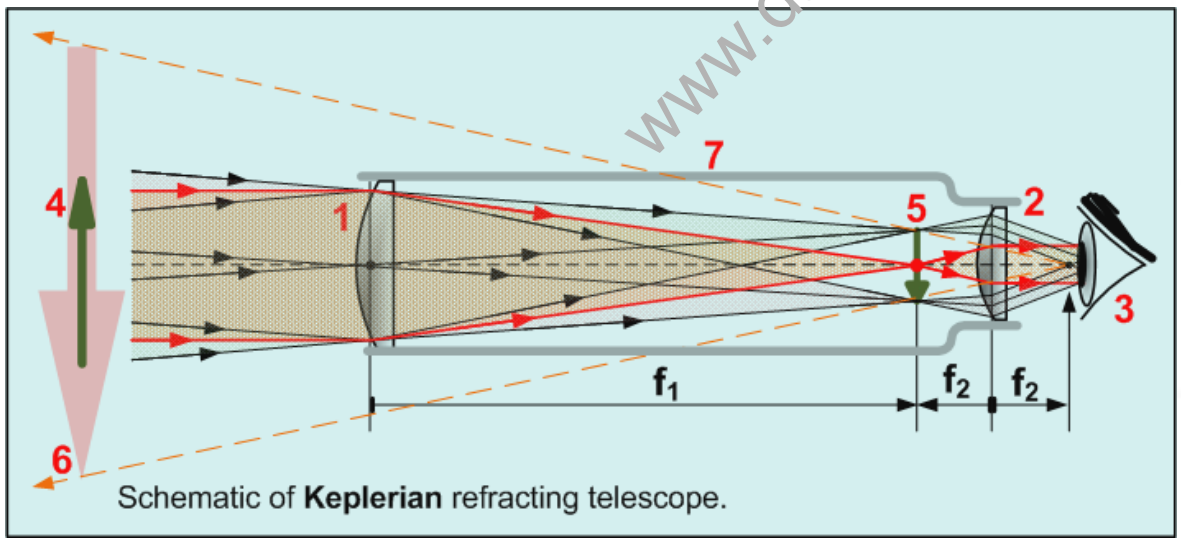
© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Telescopios refractores

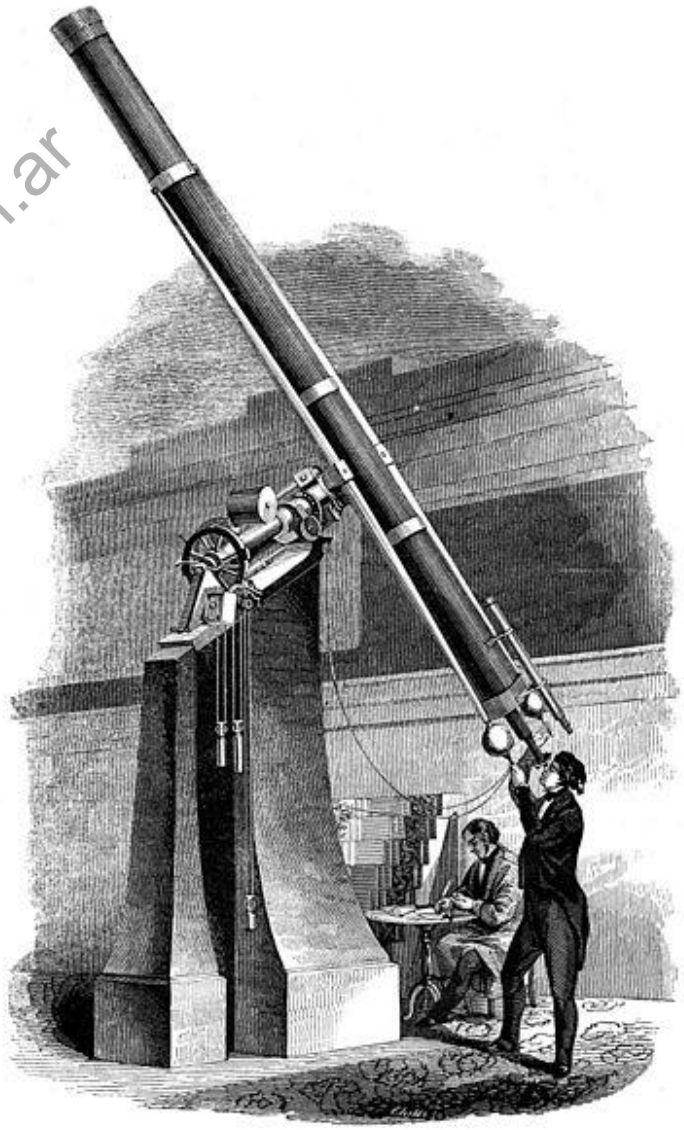
Un ***telescopio refractor*** consta de una lente convergente de distancia focal grande (50 cm) que forma una imagen intermedia en el plano focal de ocular, que a su vez forma la imagen final para ser visualizada por el ojo. La imagen intermedia formada por objetivos coincide a través de ocular con el punto remoto del observador

La abertura queda determinada por el diámetro del objetivo que actúa como pupila de entrada del instrumento. Los anteojos o telescopios de gran apertura permiten observar objetos de poca intensidad situados a grandes distancias que de otro modo serían imperceptibles para el ojo humano.

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

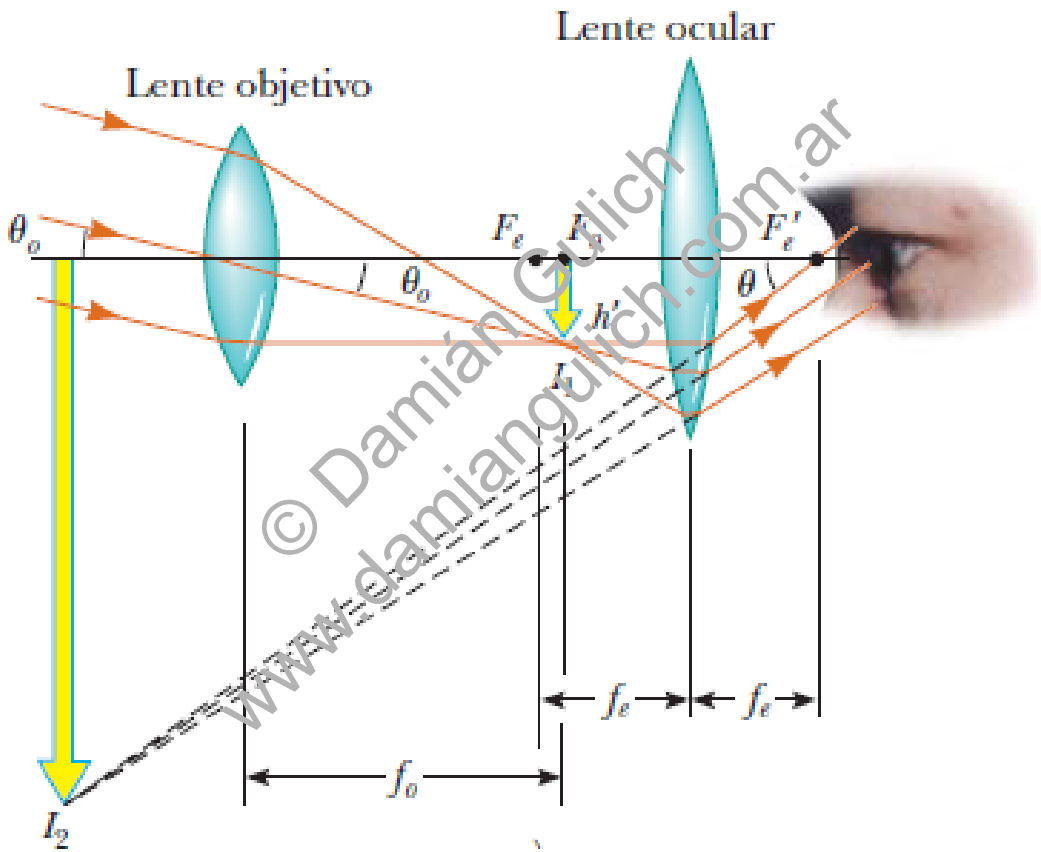


Schematic of **Keplerian** refracting telescope.



Telescopio refractor de Kepler

En un telescopio refractor tipo Kepler los objetos están invertidos.

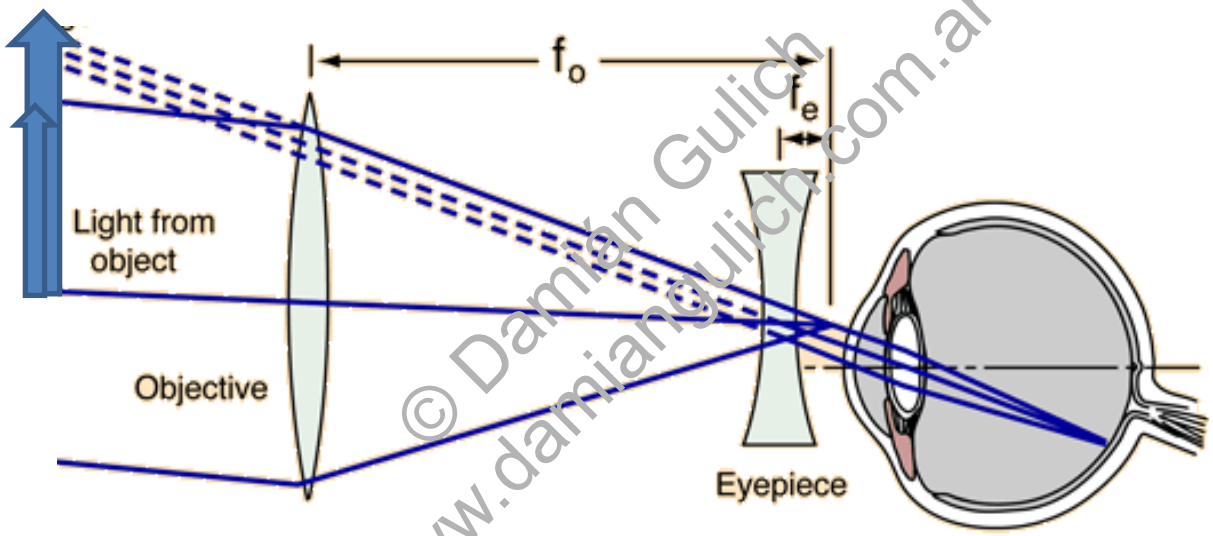


© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

$$M_A \simeq \frac{\tan(\alpha')}{\tan(\alpha_0)} = -\frac{f_{\text{objetivo}}}{f_{\text{ocular}}}$$

Telescopio refractor de Galileo

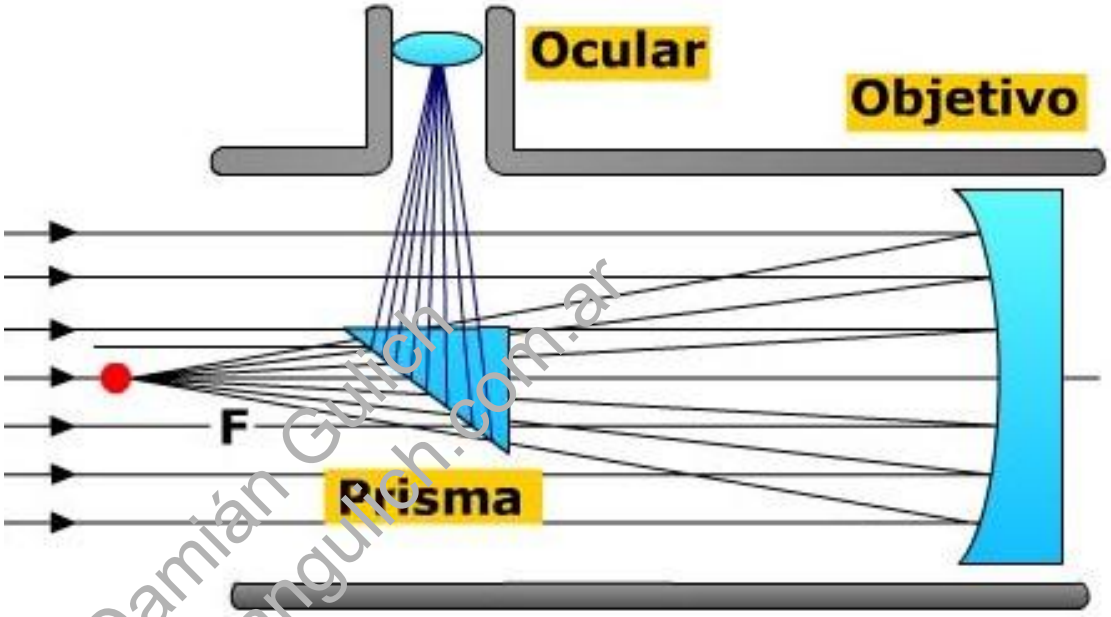
En un telescopio refractor tipo Galileo los objetos están derechos.



© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

$$M_A \simeq \frac{\tan(\alpha')}{\tan(\alpha_0)} = -\frac{f_0}{f_e}$$

Telescopios reflectores de Newton



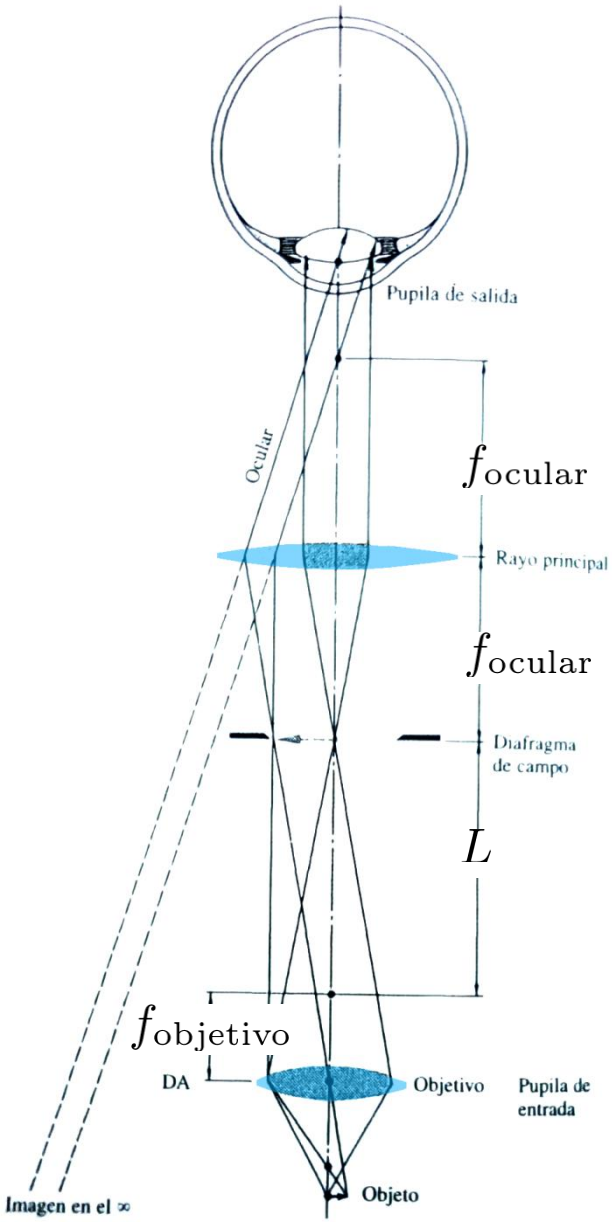
© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

- Se basan en el principio de reflexión de la luz
- Utilizan espejos, recubiertos por una delgada capa de aluminio en lugar de lentes
- Consta espejo parabólico que hace converger la luz en el punto focal imagen. El segundo espejo (o prisma) desvía los rayos y los envía al ocular.
- Impide propagación a lo largo eje óptico

Microscopios

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Microscopios



Las lupas de una sola lente no permiten alcanzar aumentos mayores a 5X sin introducir aberraciones importantes.
El microscopio, al igual que la lupa, sirve para observar objetos pequeños y próximos. Consta de 2 lentes convergentes separadas por una distancia tal que la lente próxima al objeto (objetivo) forma una imagen real en el punto focal de la otra lente convergente (ocular), que a su vez forma la imagen final en el infinito para ser visualizada por el ojo.

© Damian Gulich
www.damiangulich.com.ar

$$M_A = \cdots = \left(\frac{L}{f_{\text{objetivo}}}\right) \cdot \left(\frac{d_0}{f_{\text{ocular}}}\right)$$

Normalmente los fabricantes de microscopios usan L = 16 cm. Para un objetivo de 5 mm de distancia focal y un ocular 10X, resulta una magnificación de 320.

Ejemplos

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

SISTEMA ÓPTICO (LENTE CONVERGENTE + DIVERGENTE)

Un sistema óptico centrado consta de una lente convergente, de focal 45 cm, y una lente divergente situada a 1,50 m a su derecha. A 0,50 m a la izquierda de la lente convergente hay un objeto de 4 mm de altura que forma una imagen virtual y derecha a 60 cm a la izquierda de la lente divergente. Determínese la distancia focal de la lente divergente y el tamaño de la imagen.

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

$$\left.\begin{array}{l} s_1 = +50\ \text{cm} \\ f_1' = +45\ \text{cm} \end{array}\right\} \qquad \frac{1}{s_1} - \frac{1}{s_1'} = \frac{1}{f_1'} \qquad s_1' = -450\,\text{cm}$$

La imagen de L1 actúa como objeto de la segunda lente L2. El valor absoluto de la distancia de ese objeto a L2 es

$$|s_2| = s_1' - d = 450 - 150 = 300\ \text{cm}$$

Pero el objeto de L2 se encuentra en el lado opuesto al de procedencia de la luz (lado B), por tanto el signo que le corresponde es $s_2 = -300\ \text{cm}$

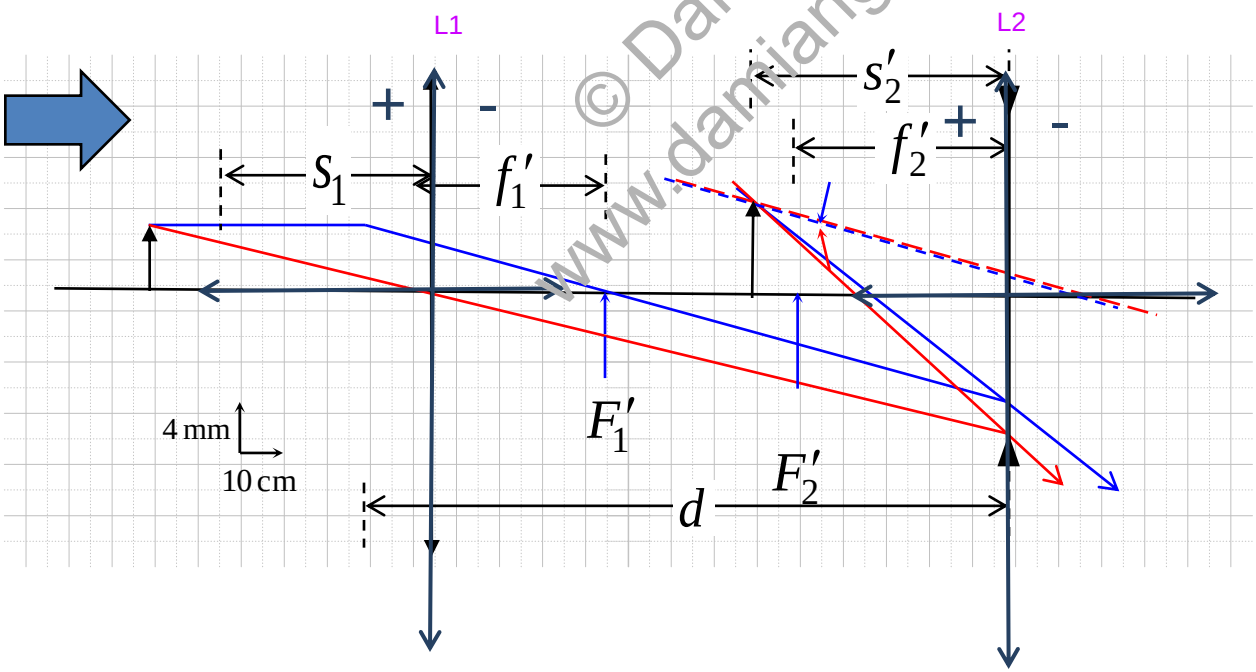
Como la imagen formada de este objeto por L2 está a su izquierda, $s_2' = 60\,\text{cm}$
Por tanto la focal de L2 es:

$$\frac{1}{f_2'} = \frac{1}{s_2} - \frac{1}{s_2'} = \frac{1}{-300} - \frac{1}{60} = \frac{-360}{18000} \longrightarrow f_2' = -50\,\text{cm}$$

$$m_1 = -\frac{s_1'}{s_1} = \frac{-450}{50} = -9 \qquad m_2 = -\frac{s_2'}{s_2} = \frac{60}{-300} = -0.2$$

$$m = \frac{y_2'}{y_1} = m_1 \cdot m_2 = -9 \cdot (-0.2) = 1.8 \longrightarrow y_2' = m_1 \cdot m_2 \cdot y_1 = -9 \cdot (-0.2) \cdot 4 = 7.2\,\text{mm}$$

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar



$f_1' = +45\,\text{cm}$

$d = 150\,\text{cm}$

$s_1 = +50\,\text{cm}$

$s_2' = 60\,\text{cm}$

$f_2' = -50\,\text{cm}$

Espejos esféricos

Calcule la posición, el tamaño y la orientación de la imagen que forma un espejo cóncavo de un objeto cúbico de 1 cm de lado que se encuentra colocado a 20 cm del vértice del espejo cuya distancia focal es 40 cm. Resolver analítica y gráficamente. Repetir para un objeto que se encuentra a 60 cm del vértice.

$x = 20$ cm

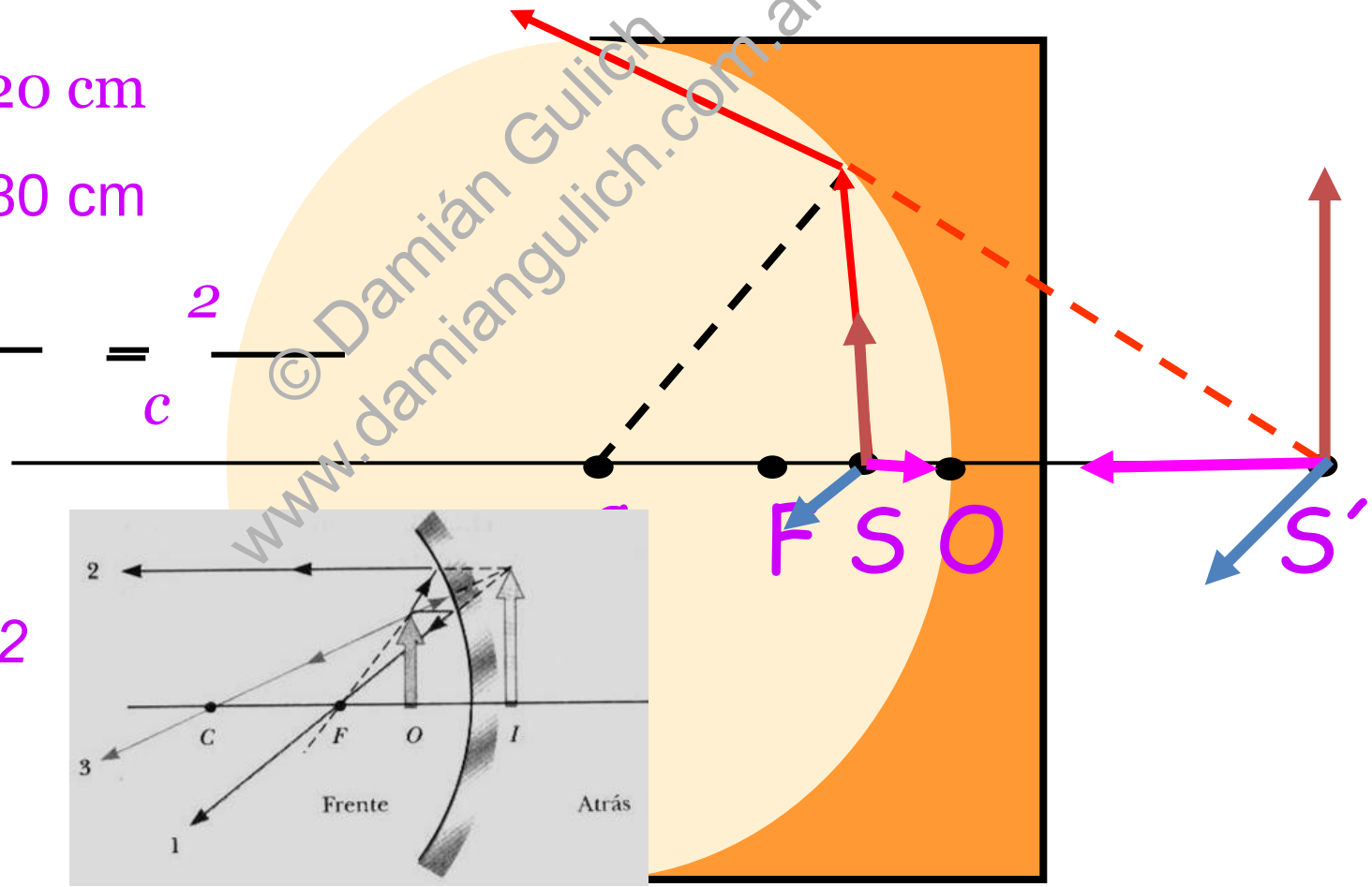
$c = 2f = 80$ cm

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{2}{c}$$

$x' = -40$ cm

$m = -x'/x = 2$

$I = -m^2 = -4$



© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

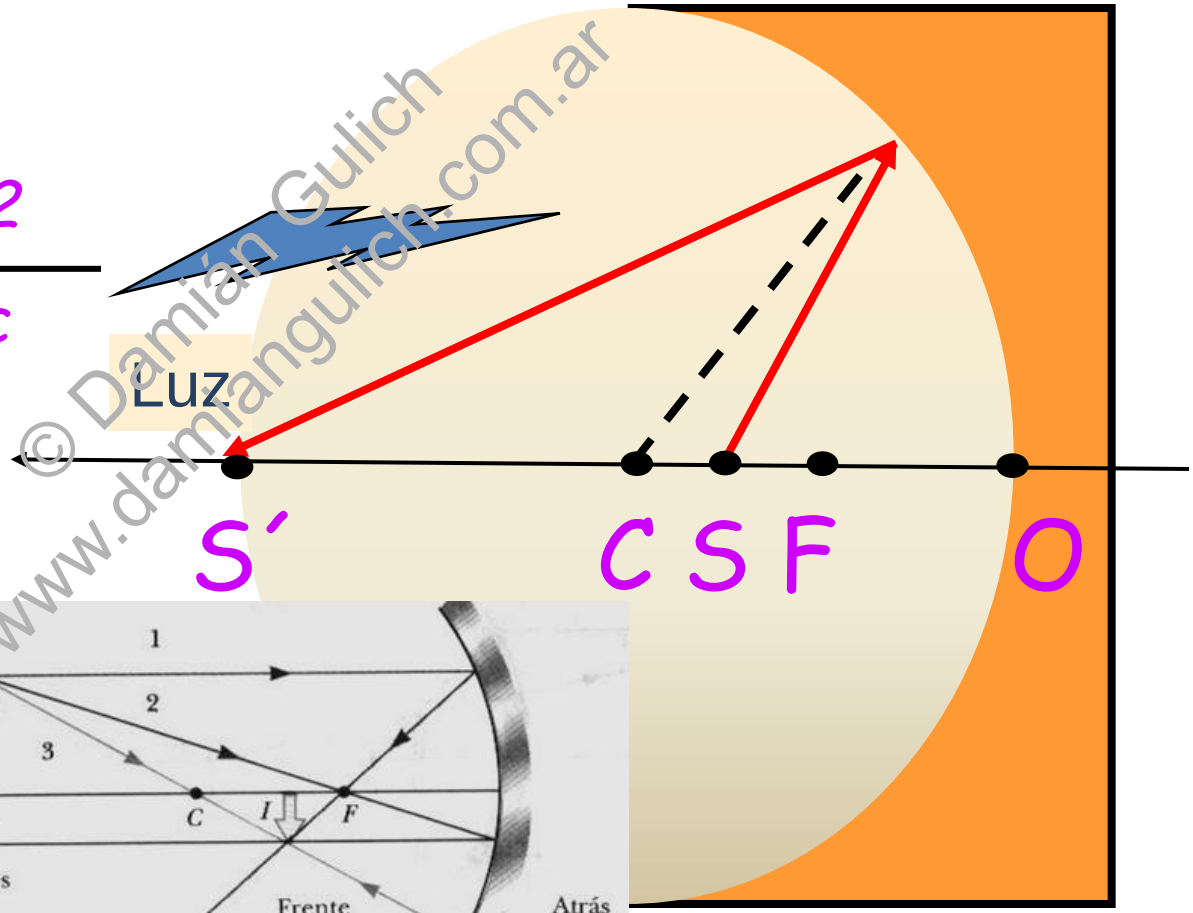
Espejos esféricos

Repetir para un objeto que se encuentra a 60 cm del vértice.

$x = 60$ cm

$c = 2f = 80$ cm

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{2}{c}$$

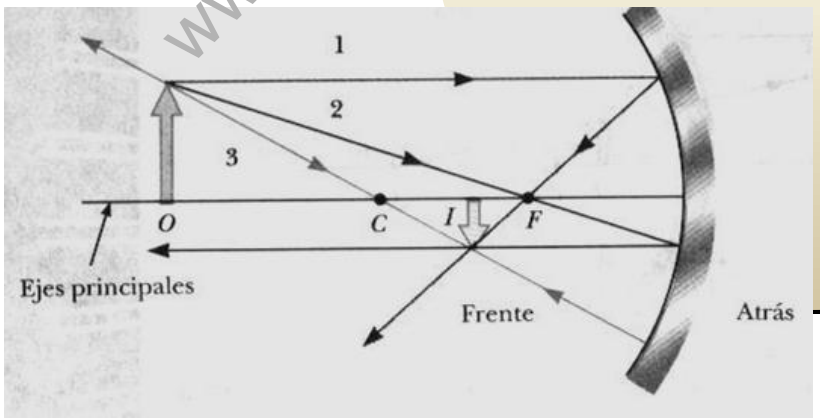


© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

$x' = 120$ cm

$m = -x'/x = -2$

$I = -m^2 = -4$



Dióptricos esféricos

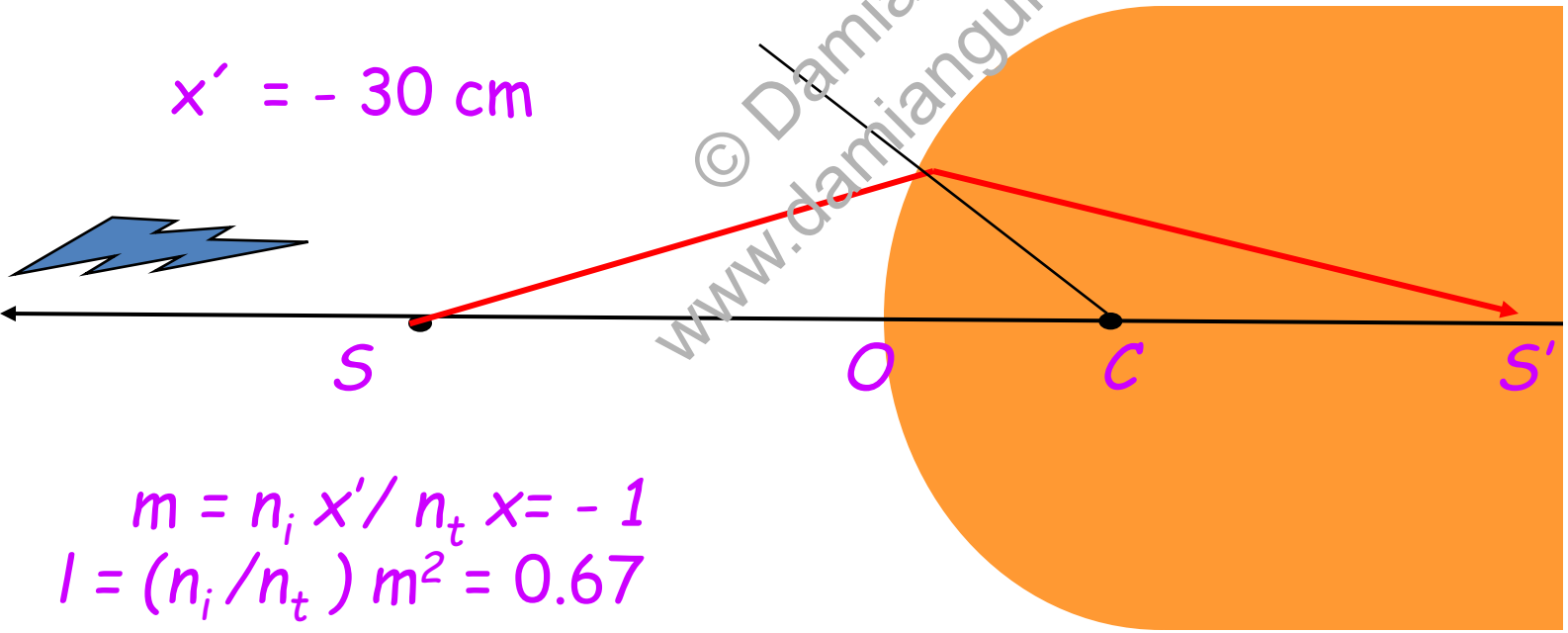
Una varilla de vidrio muy larga tiene un extremo terminado en una superficie hemisférica convexa de 5 cm de radio. Su índice de refracción es n = 1.5.

Un objeto de 1 cm de alto está en el aire y situado sobre el eje a una distancia de 20 cm de la superficie. Hallar la imagen mirando desde el vidrio, establecer si es real o virtual y calcular su tamaño.

$x = 20$ cm; $n_i = 1$; $n_t = 1.5$; $c = -5$ cm

$$n_i / x - n_t / x' = (n_i - n_t)/c$$

$$x' = -30 \text{ cm}$$



$$m = n_i x' / n_t x = -1$$

$$I = (n_i / n_t)\, m^2 = 0.67$$

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

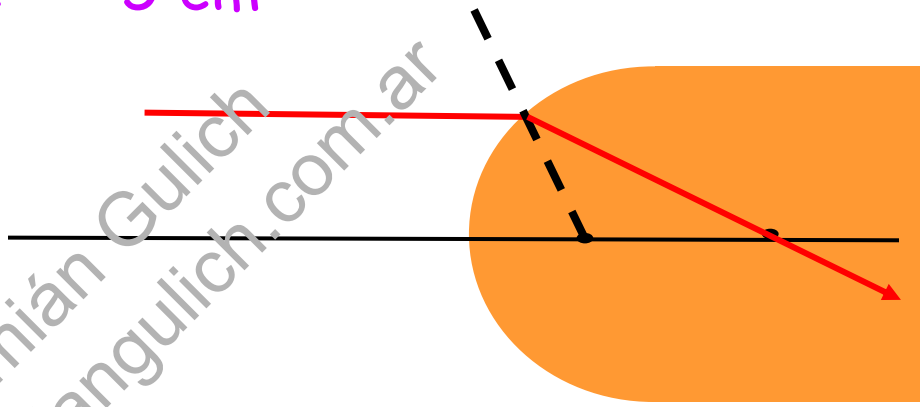
Dióptricos esféricos

Repetir para un objeto muy lejos de la superficie. Dibujar un diagrama de rayos para este caso.

x = inf; ni = 1; nt = 1.5; c = - 5 cm

$n_i / x - n_t / x' = (n_i - n_t)/c$

$x' = -15$ cm



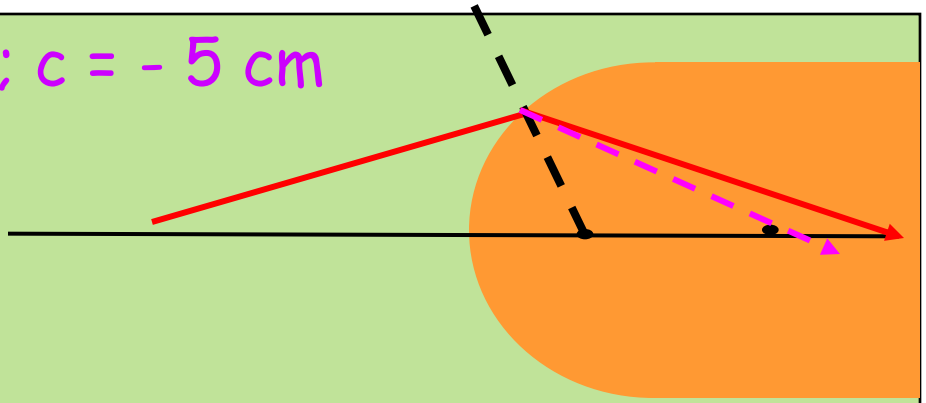
© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Repetir el punto (a) para el caso en que la varilla este sumergida en agua.

x = 20 cm; ni = 1.33; nt = 1.5; c = - 5 cm

$n_i / x - n_t / x' = (n_i - n_t)/c$

$x' = -46.2$ cm



LENTES

Se coloca un objeto de 1 cm de alto a 10 cm a la izquierda de una lente delgada divergente de 50 cm de distancia focal. Hallar la posición y tamaño de la imagen y comprobar el resultado utilizando la ecuación de la lente delgada.

$$1/x - 1/x' = (1 - n_2/n_1)(1/c_1 - 1/c_2)$$

$$1/x - 1/x' = 1/f_{objeto}$$

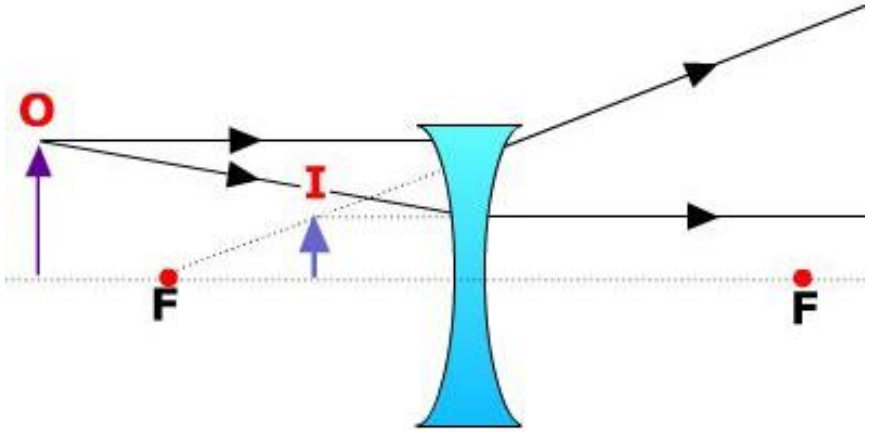
© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

$x = 10$ cm; $f_{objeto} = -50$ cm

$x' = 8.33$ cm

$m = x'/x = 0.83$

$I = m^2 = 0.69$



Dióptricos y espejos

Un espejo plano esta suspendido verticalmente en el centro de un frasco esférico de 10 cm de radio lleno de agua. Un observador, a 70 cm del espejo, mira hacia el frasco. ¿Dónde se encuentra la imagen del ojo? ¿Que tamaño relativo tiene?

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

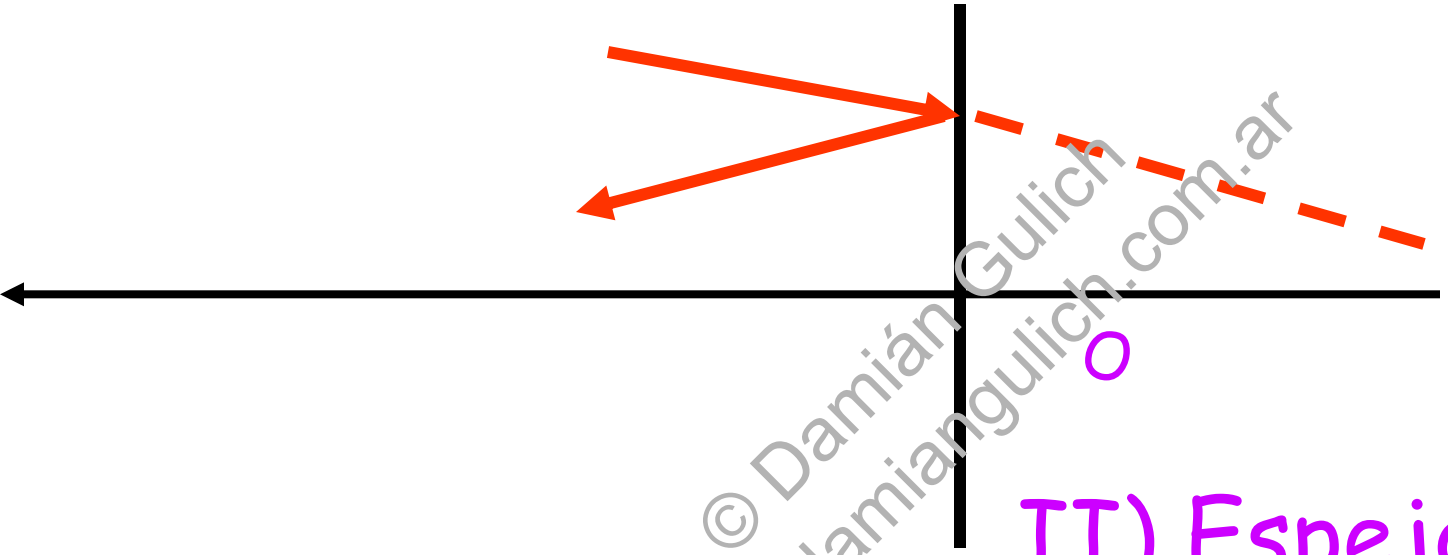
I) Dióptrico esférico

$x = 60$ cm; $n_i = 1$; $n_t = 1.33$; $c = -10$ cm

$$n_i / x - n_t / x' = (n_i - n_t)/c$$

$x' = -81.4$ cm. A la derecha de O; a 71.4 cm atrás del espejo

Dióptricos y espejos



© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

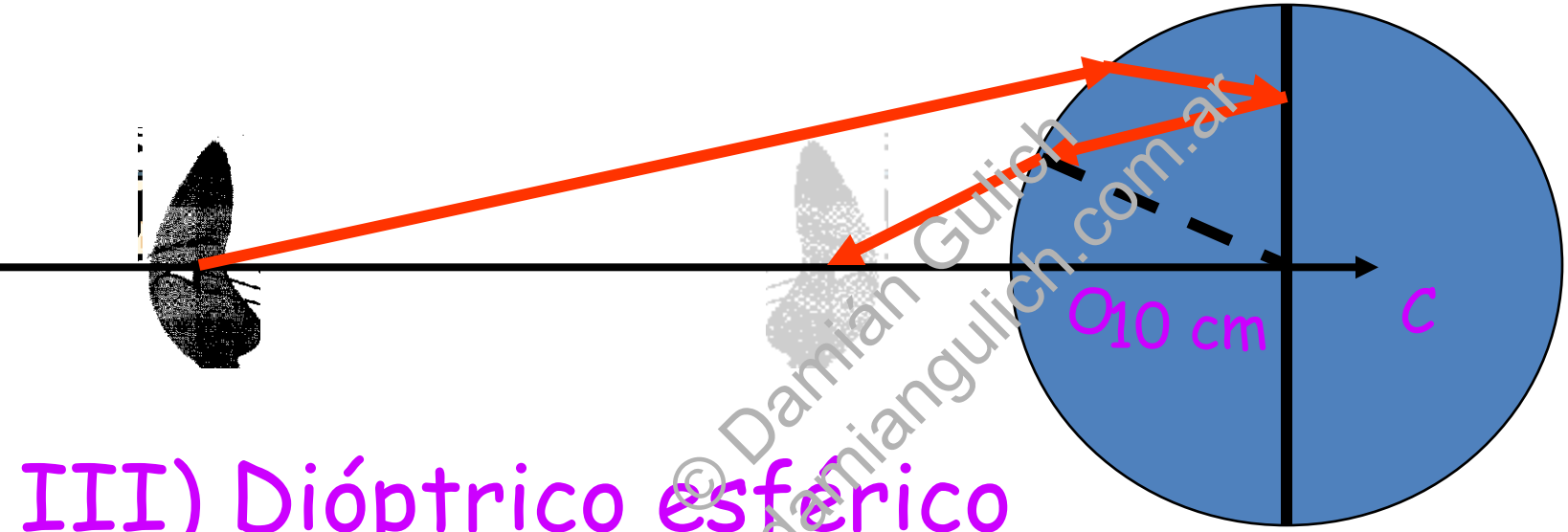
II) Espejo plano

$x = -71.4$ cm;

$x = -x'$

$x' = 71.4$ cm. A la izquierda de O; a 61.4 cm adelante del vértice de la pecera

Dióptricos y espejos



© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

III) Dióptrico esférico

x = -61.4 cm; ni = 1.33; nt = 1; c = 10 cm

$$n_i / x - n_t / x' = (n_i - n_t)/c$$

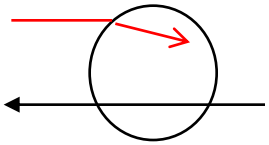
x´ = - 18.3 cm. A la izquierda de O; la imagen es real y flota delante de la pecera

Ejemplo de combinación de espejo y dióptrico

Una pecera esférica de radio R con paredes delgadas está llena de agua (n = 1,33) y tiene un hemisferio espejado, como indica la figura. Calcular la posición de la imagen de un objeto muy alejado de la pecera para un observador que mira hacia el espejo. Se desprecia el efecto del vidrio delgado de la pecera.

© Damian Gulich
www.damiangulich.com.ar

•refracción aire – agua.



$n_i = 1$

$n_t = 4/3$

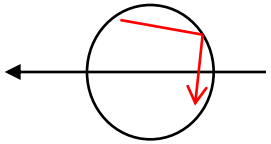
$c = -R$

$x = \infty$

$n_i / x - n_t / x' = (n_i - n_t)/c$

$x' = -4R$

•reflexión espejo esférico



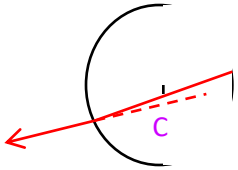
$c = R$

$x = -2R$

$1/x + 1/x' = 2/c$

$x' = 2/5\ R$

•refracción agua – aire



$n_i = 4/3$

$n_t = 1$

$c = R$

$x = 8/5\ R$

$n_i / x - n_t / x' = (n_i - n_t)/c$

$x' = 2R$

la imagen final se encuentra en el vértice espejado. Es una imagen virtual.

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

SISTEMA ÓPTICO (CONVERGENTE + CONVERGENTE)

Un pequeño objeto de 0.4 mm de altura se observa utilizando un sistema formado por dos lentes convergentes. La primera lente es de focal 5 mm, y el objeto se sitúa 7 mm a su izquierda. La segunda lente es de focal 8 mm, y ésta se sitúa 22 mm a la derecha de la primera lente.

Resolver gráficamente el problema de la formación de la imagen de este objeto y a partir de la representación gráfica construida contéstese a las siguientes preguntas:

1º) Dónde se forma la imagen y cuál es su tamaño.

2º) ¿Qué tipo de imagen es y qué orientación tiene?

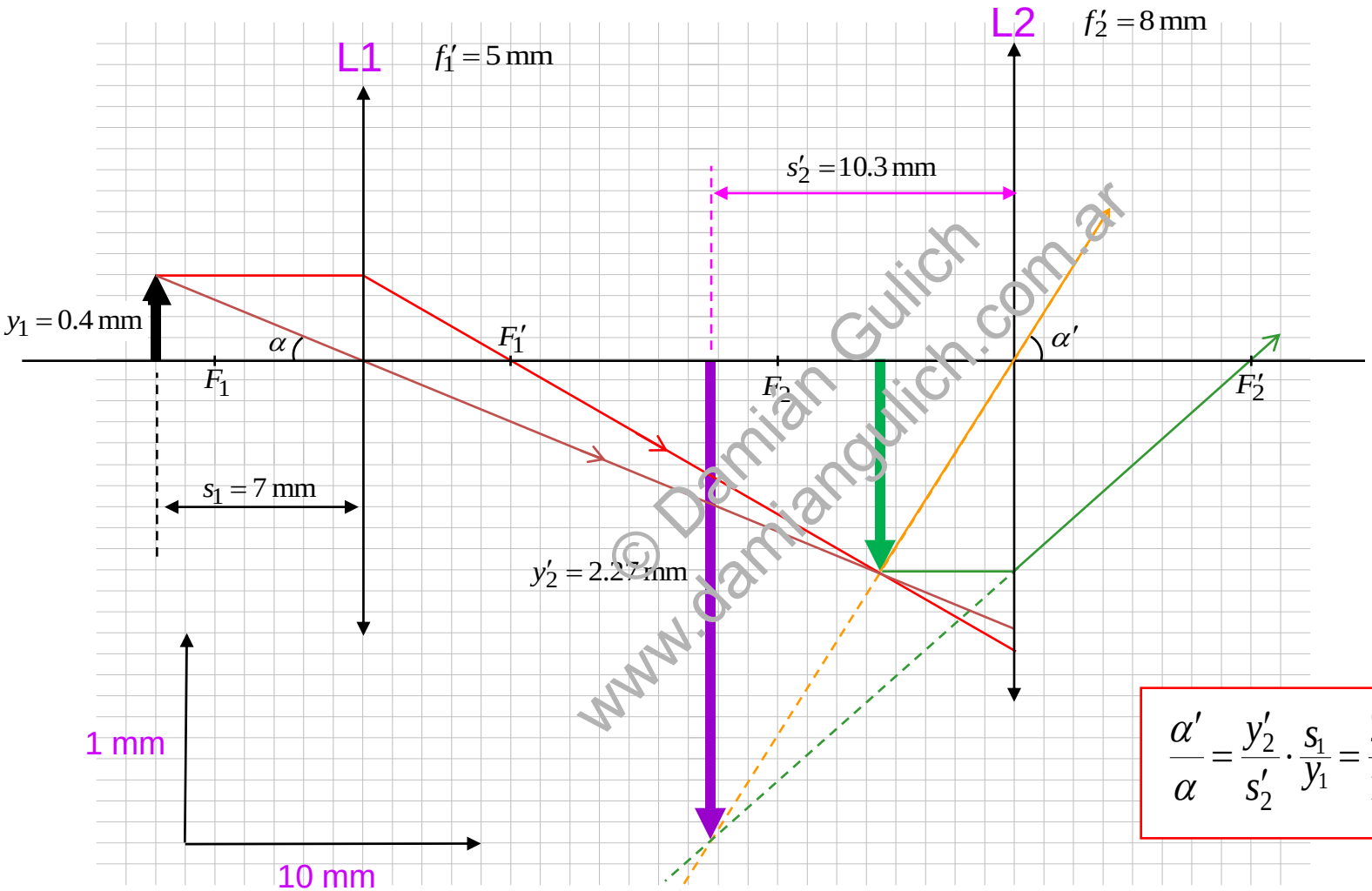
3º) Estímese a partir de la construcción gráfica el aumento angular de este sistema.

© Damian Gulich
www.damiangulich.com.ar

$$\begin{cases} s_2' = 10.3\,\text{mm} \\ y_2' = 2.27\,\text{mm} \end{cases}$$

Imagen virtual e invertida.

$$\left.\begin{array}{ll} \operatorname{tg}\alpha = \dfrac{y_1}{s_1} & \operatorname{tg}\alpha \approx \alpha \\ \operatorname{tg}\alpha' = \dfrac{y_2'}{s_2'} & \operatorname{tg}\alpha' \approx \alpha' \end{array}\right\} \quad \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{y_2'}{s_2'} \cdot \frac{s_1}{y_1} = \frac{2.27}{10.3} \cdot \frac{7}{0.4} = 3.86$$



© Damian Gulich
www.damiangulich.com.ar

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{y_1}{s_1}$$

$$\text{tg}\,\alpha' = \frac{y_2'}{s_2'}$$

$$\text{tg}\,\alpha \approx \alpha$$

$$\text{tg}\,\alpha' \approx \alpha'$$

$$\frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{y_2'}{s_2'} \cdot \frac{s_1}{y_1} = \frac{2.27}{10.3} \cdot \frac{7}{0.4} = 3.86$$

Imagen virtual e invertida.

Un lente biconvexa delgada de índice 1,5 tiene una distancia focal conocida de 50 cm en aire. Cuando se sumerge en un liquido transparente la distancia focal resulta ser de 250 cm. Determinar el índice de refracción del medio liquido

n2=nvidrio no cambia pero si n1

no cambia cuando se sumerge la lente en agua

$$\frac{1}{x}-\frac{1}{x'}=\frac{(n_2-n_1)}{n_1}\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_1}\right)=\left(\frac{n_2}{n_1}-1\right)\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_1}\right)=\frac{1}{f}$$

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar