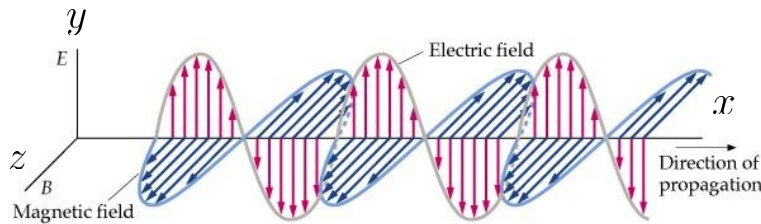


2. ÍNDICE DE REFRACCIÓN, LEY DE SNELL

© Damían Gulich
www.damiangulich.com.ar

El vector de Poynting apunta en la dirección de flujo de energía de la OEM



Su módulo representa la energía electromagnética que fluye en una unidad de tiempo a través de una unidad de área superficial perpendicular a la dirección de propagación de la onda (densidad de potencia instantánea)

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

La *irradiancia* es un escalar que representa la energía electromagnética que incide en una unidad de tiempo sobre una unidad de área superficial unitaria perpendicular a la dirección de propagación de la onda (densidad de potencia promedio).

$$I = \langle \|\vec{S}\| \rangle = \left\langle \left\| \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \right\| \right\rangle = \frac{1}{2\mu_0} \|\vec{E}\|_{\text{máx}} \|\vec{B}\|_{\text{máx}} = \frac{1}{2\mu_0 c} E_0^2$$

Operativamente usamos la potencia por unidad de área (A) (densidad de energía (U) por unidad de tiempo (Δt)) $P = U / \Delta t$.

$$I = P/A = U/(A \Delta t)$$

$$[I] = \text{W}/\text{m}^2$$

Caracterización óptica del medio: índice de refracción

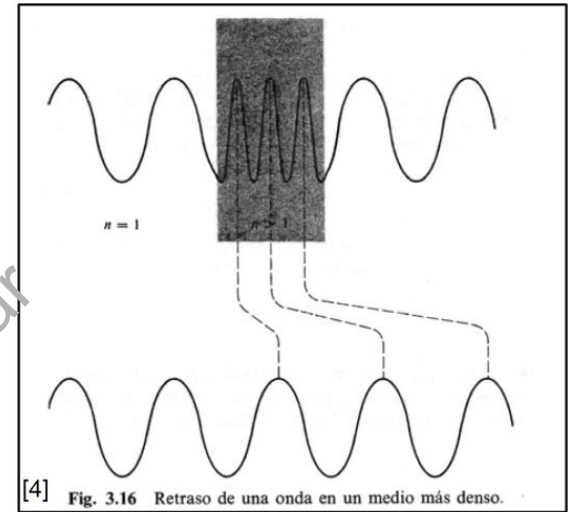
El efecto neto de introducir un dieléctrico isótropo y homogéneo en una región del espacio libre es cambiar la permitividad ϵ y la permeabilidad μ .

Consecuentemente la velocidad de la luz en el medio es:

$$v = \sqrt{\frac{1}{\mu\epsilon}}$$

Por su magnitud, es preferible no trabajar con la velocidad de la onda sino con un parámetro que la representa y es el *índice de refracción* (n):

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{\mu_0\epsilon_0}}$$



[4] Fig. 3.16 Retraso de una onda en un medio más denso.
En un medio **ópticamente** más **denso**, la velocidad de la luz es menor y **n es mayor**.

TABLA 25.1

Índice de refracción para diferentes sustancias, medido para radiaciones luminosas con longitud de onda en el vacío $\lambda_0 = 589 \text{ nm}$.

[7]

Sustancia	Índice de refracción	Sustancia	Índice de refracción
Sólidos a 20° C		Líquidos a 20° C	
Circonita cúbica	2,21	Benceno	1,501
Diamante (C)	2,419	Disulfuro de carbono	1,628
Fluorita (CaF ₂)	1,434	Tetracloruro de carbono	1,461
Cuarzo fundido (SiO ₂)	1,458	Alcohol etílico	1,361
Vidrio crown	1,52	Glicerina	1,473
Vidrio flint	1,66	Jarabe de maíz	2,21
Hielo (H ₂ O)	1,309	Agua	1,333
Poliestireno	1,49		
Cloruro sódico (NaCl)	1,544		
Zirconio	1,923		
		Gases a 0° C, 1 atm	
		Aire	1,000293
		Dióxido de carbono	1,0045

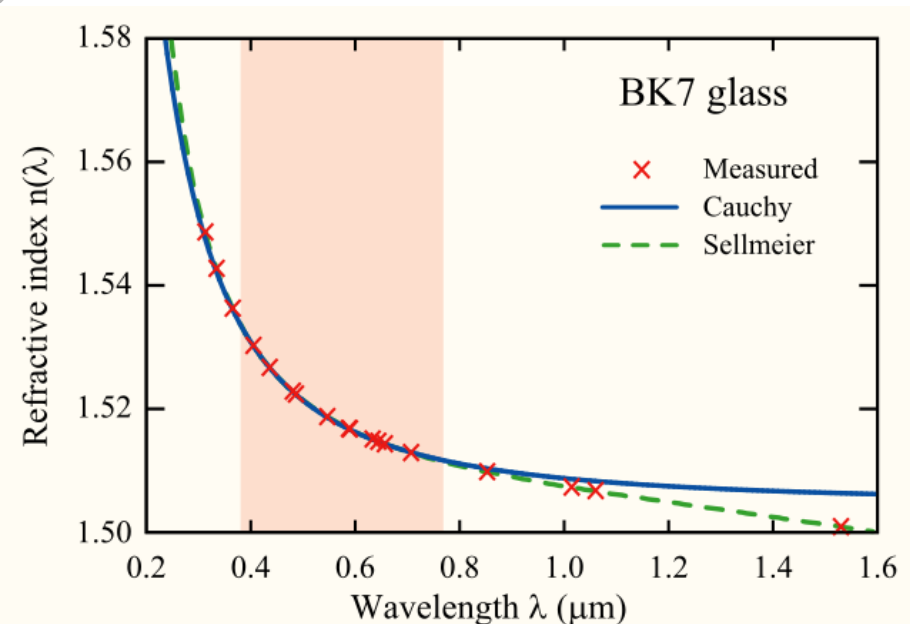
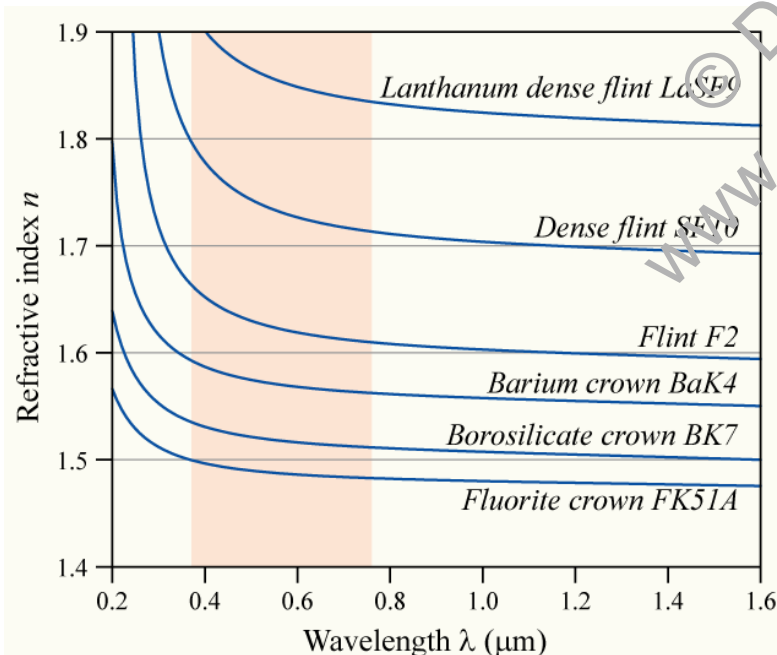
Propiedades del índice de refracción

Los valores de ε y μ dependen en general de λ , por lo tanto n también: $n \equiv n(\lambda)$

Aproximación (empírica) de Cauchy para n en sustancias transparentes en el visible:

$$n(\lambda) = B + \frac{C}{\lambda^2} + \frac{D}{\lambda^4} + \dots \approx B + \frac{C}{\lambda^2}$$

Material	B	C (μm^2)
Fused silica	1.4580	0.00354
Borosilicate glass BK7	1.5046	0.00420
Hard crown glass K5	1.5220	0.00459
Barium crown glass BaK4	1.5690	0.00531
Barium flint glass BaF10	1.6700	0.00743
Dense flint glass SF10	1.7280	0.01342



Los colores no viajan a la misma velocidad en un medio transparente (dispersión)

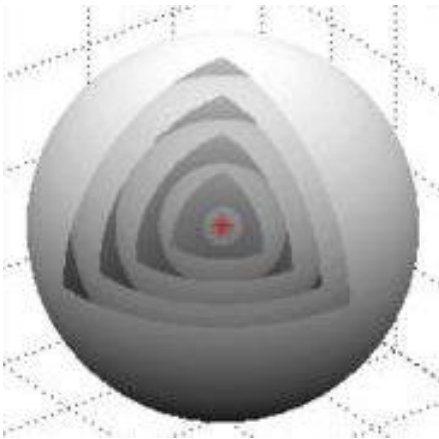
Color	λ media [nm]	n (BK7, Cauchy)	$v = c/n$ [km/s]
Violeta	415	1.528986703	196072.639
Azul	472.5	1.523412463	196790.078
Verde	532.5	1.519411876	197308.223
Amarillo	580	1.517085137	197610.833
Naranja	605	1.516074626	197742.547
Rojo	685	1.51355093	198072.263
Vacío		1	299792.458

Fenómenos de interfases

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

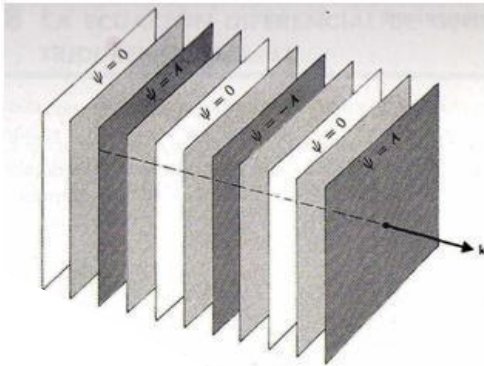
Frentes de onda

El *frente de onda* es una superficie sobre la cual la onda EM tiene una fase constante.



Onda Esférica

La radiación de una fuente luminosa puntual isótropa ideal fluye hacia afuera uniforme en todas direcciones. En este caso los frentes de onda son esferas concéntricas



Onda Plana

La superficie sobre las cuales la perturbación tiene una fase constante forma un conjunto de planos, perpendiculares a la dirección propagación (usual en óptica)



A GRANDES distancias de la fuente de una onda esférica el frente es aproximadamente plano.

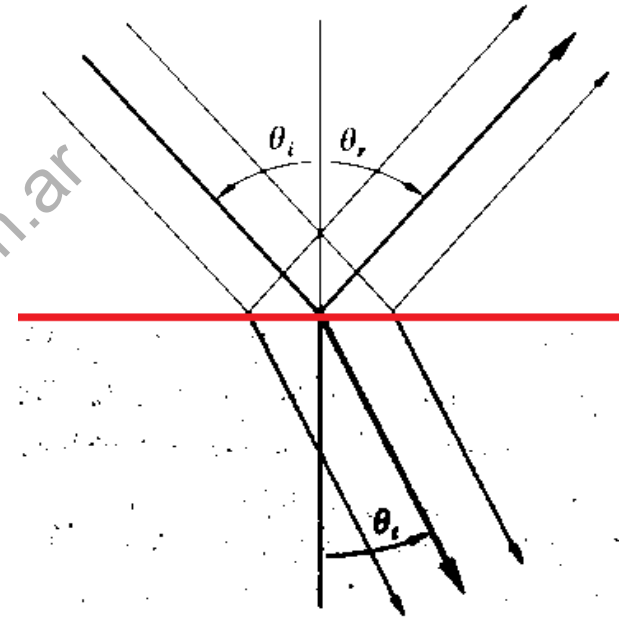
Rayos Luminosos

- Un *rayo luminoso* es una línea en el espacio que corresponde a la dirección del flujo de la energía radiante. En un medio isótropo (propiedades son las mismas en todas direcciones), los rayos son perpendiculares a los frentes de onda

- Cada rayo es paralelo al vector de propagación (vector de Poynting) en ese punto.

- En un medio homogéneo serán líneas rectas, en uno inhomogéneo en gral. no.

- En una onda esférica son líneas radiales desde la fuente. En una onda plana son líneas paralelas.



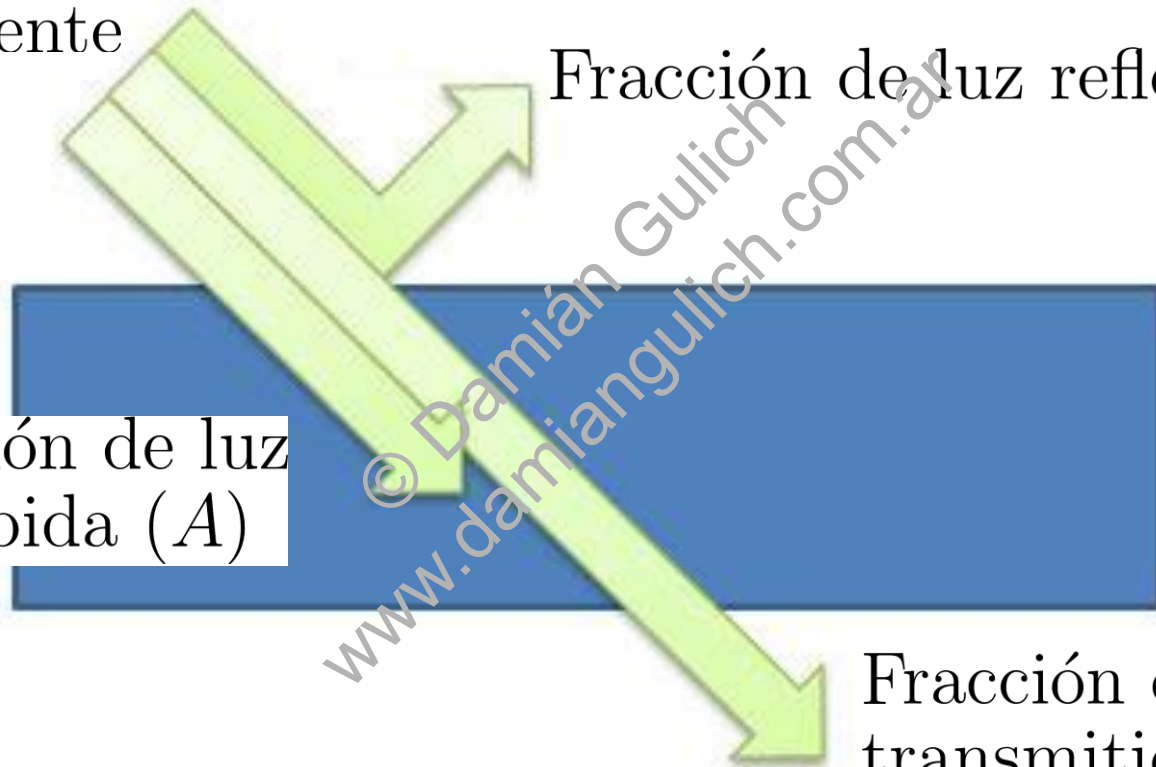
Reflexión, transmisión y absorción

Cuando la luz incide en un medio tienen lugar los siguientes fenómenos (no consideramos dispersión):

Luz incidente

Fracción de luz reflejada (R)

Fracción de luz
absorbida (A)



Fracción de luz
transmitida (T)

Por conservación de la energía

$$R + T + A = 1 \text{ (es decir, el 100 \%)}$$

Ley de Snell

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Willebrord Snel van Royen

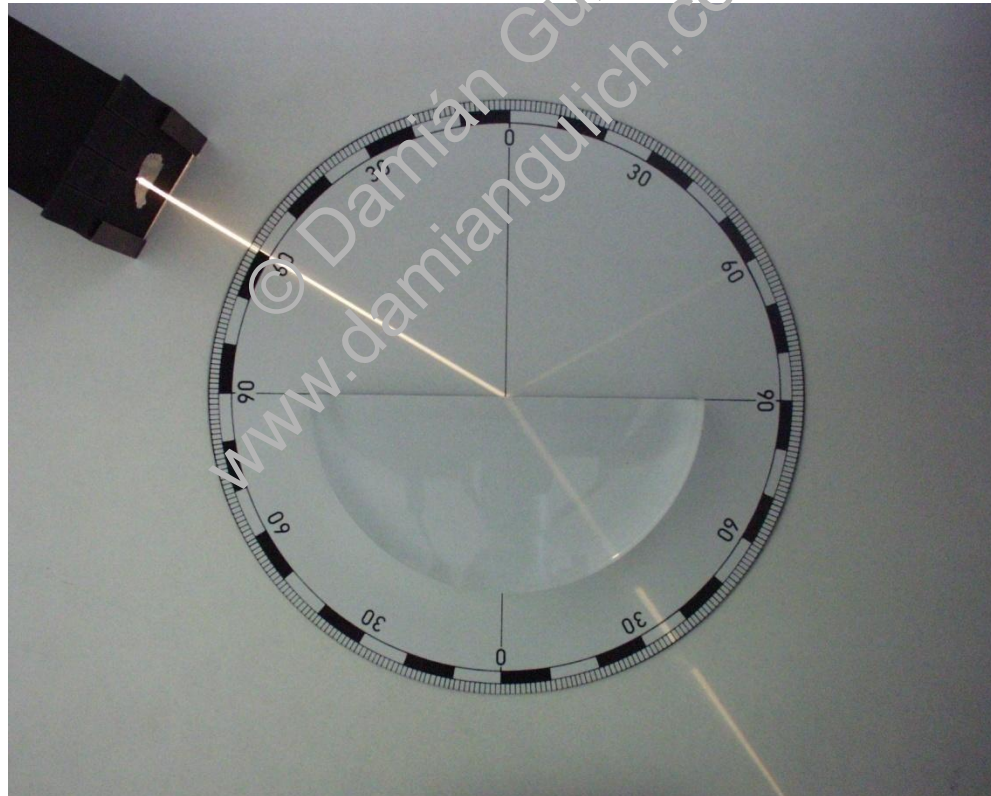


Información personal

Nacimiento	1580 Leiden, 
Fallecimiento	30 de octubre de 1626 Leiden, 
Nacionalidad	Neerlandesa

Reflexión y refracción: Ley de Snell

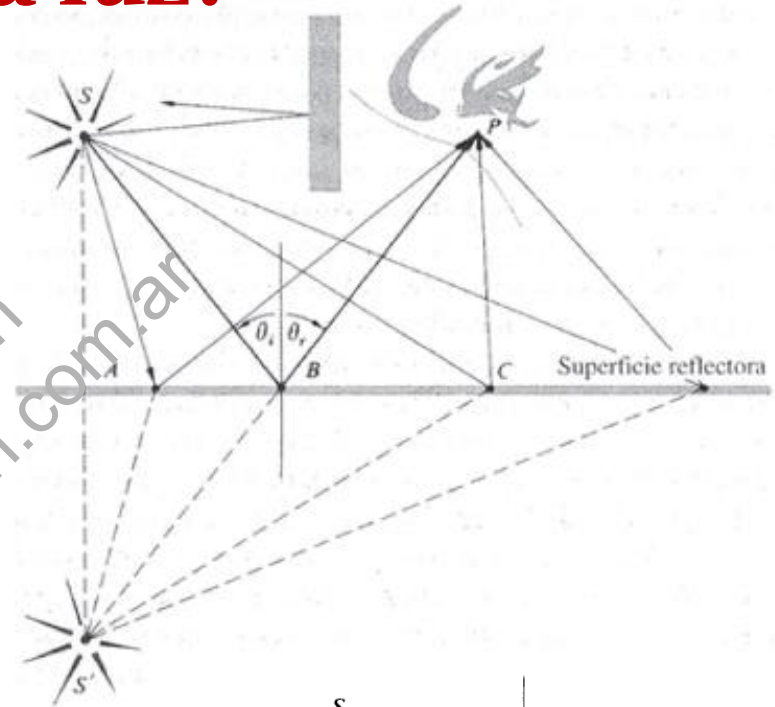
Consideremos un frente de onda plano, de luz monocromática, que incide sobre la superficie de separación entre dos medios transparentes diferentes



Entre todos los caminos posibles, ¿cuál elige la luz?

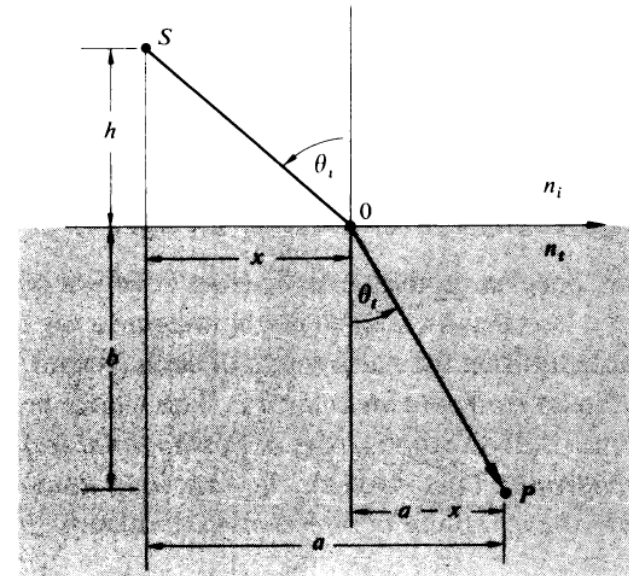
En 150 A.C. Herón de Alejandría afirma que

la trayectoria recorrida por la luz para ir de un punto S a un punto P a través de una superficie reflectora era la mas corta posible.



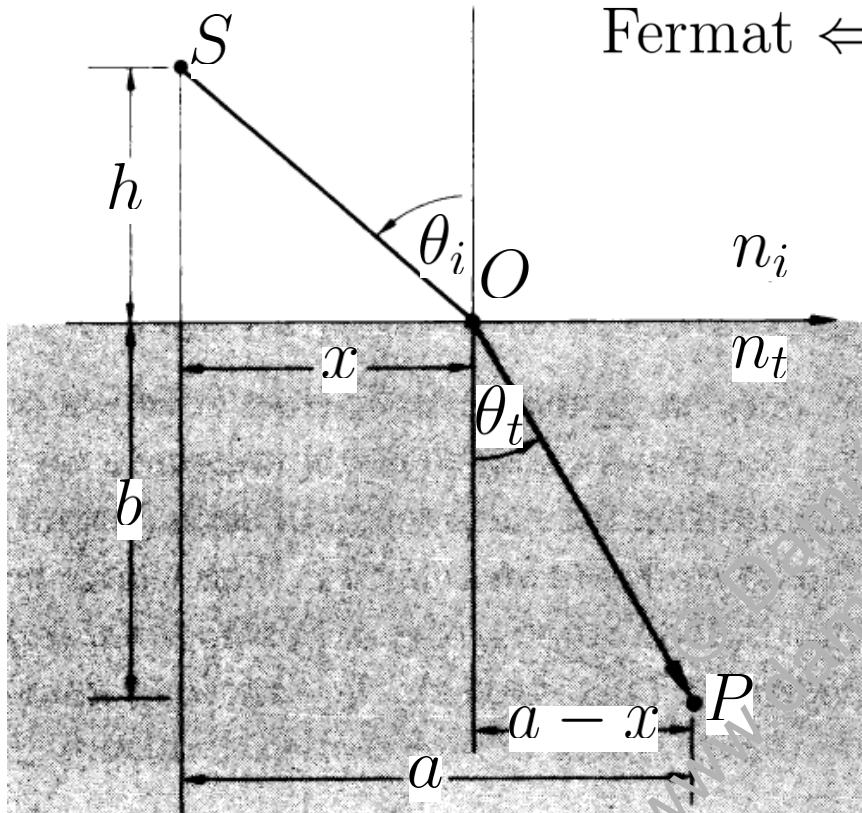
En 1657 Fermat propuso el principio del tiempo mínimo (incluye reflexión y refracción)

“La trayectoria real que adopta la luz entre dos puntos es aquella recorrida en el tiempo mínimo”.



Principio de Fermat (o del tiempo mínimo)

Sea t el tiempo de tránsito de S a P .



Fermat $\iff$ minimizar t (es decir $dt/dx = 0$)

$$t = \frac{\overline{SO}}{v_i} + \frac{\overline{OP}}{v_t}$$
$$= \frac{\sqrt{h^2 + x^2}}{v_i} + \frac{\sqrt{b^2 + (a - x)^2}}{v_t}$$

Cálculo (verificar el signo de d^2t/dx^2)

$$\frac{dt}{dx} = 0 = \frac{x}{v_i \sqrt{h^2 + x^2}} + \frac{-(a - x)}{v_t \sqrt{b^2 + (a - x)^2}}$$
$$= \frac{\sin(\theta_i)}{v_i} - \frac{\sin(\theta_t)}{v_t} = 0$$


$$\frac{\sin(\theta_i)}{v_i} = \frac{\sin(\theta_t)}{v_t}$$

Ley de Snell

Willebrord Snellius (1580–1626)

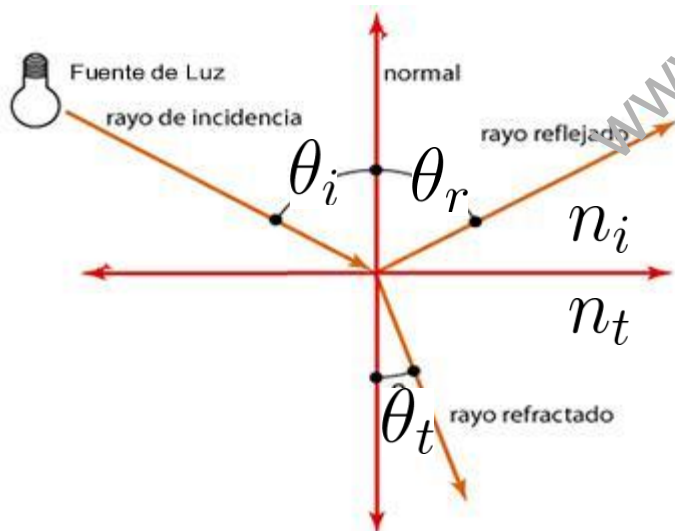
Ley de Snell en términos de n

Recordemos que $n = \frac{c}{v}$

$$c \cdot \frac{\sin(\theta_i)}{v_i} = c \cdot \frac{\sin(\theta_t)}{v_t}$$



$$n_i \sin(\theta_i) = n_t \sin(\theta_t)$$



Los ángulos se miden desde la normal a la interfaz en el punto donde los rayos tocan la superficie.

La ecuación es reversible en el sentido de que cualquiera de los dos medios puede ser el de incidencia original (el rayo puede provenir de cualquiera de los dos).

Longitud de camino óptico

Definimos una nueva magnitud, la *longitud de camino óptico* (*LCO*) en contraposición al camino geométrico:

$$LCO = \int_S^P n(s) ds$$

La *longitud de camino óptico* corresponde a la distancia en el vacío equivalente a la distancia recorrida en el medio de índice de refracción n .

Es decir ambas distancias corresponden al mismo número de longitudes de onda y el mismo cambio de fase a medida que la luz avanza.

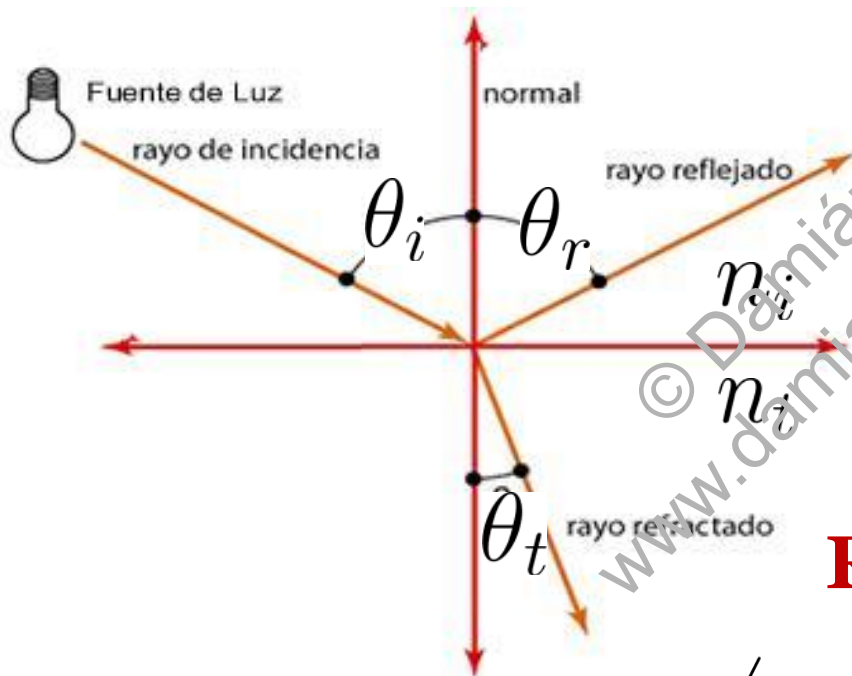
Si n no depende de la trayectoria,

$$LCO = n \cdot \overline{SP}$$

Fermat reformulado: Cuando un rayo de luz se transmite de un punto S a un punto P , deberá recorrer una *longitud de camino óptico* que será estacionaria con respecto a las variaciones de dicho camino.

Reflexión y refracción

$$n_i \sin(\theta_i) = n_t \sin(\theta_t)$$



Reflexión

$$n_i = n_t \implies$$

$$\theta_i = \theta_r$$

Refracción

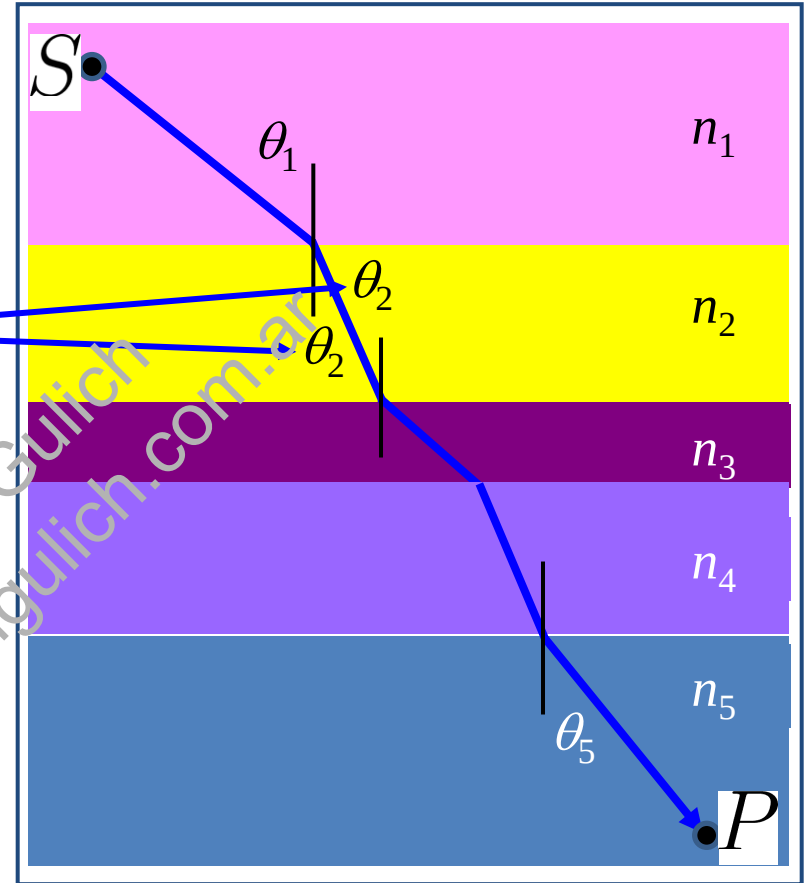
$$n_i \neq n_t \implies$$

$$\sin(\theta_t) = \frac{n_i}{n_t} \sin(\theta_i)$$

Nota: en gral la frecuencia ω no cambia entre medios: $\frac{n_i}{n_t} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$

Ley de Snell para muchas capas paralelas

Si las capas son paralelas,
ángulos son siempre iguales.

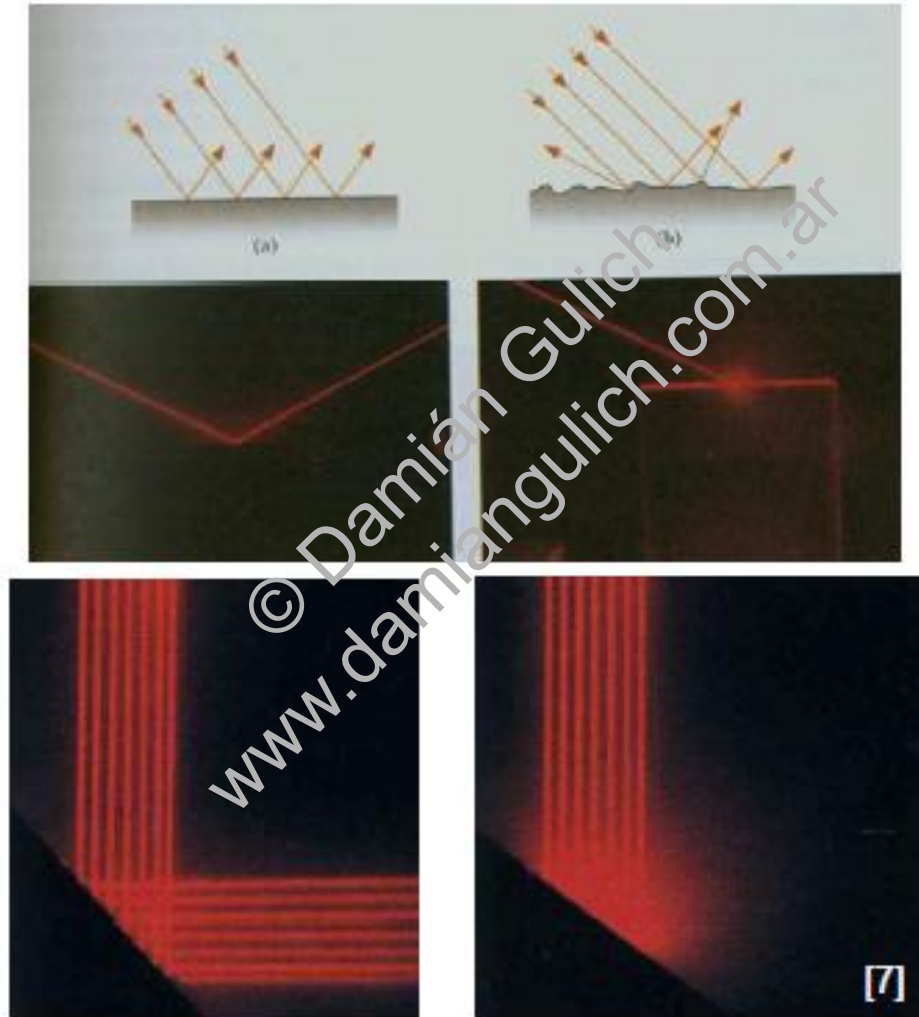


Podemos pasar por alto las capas intermedias

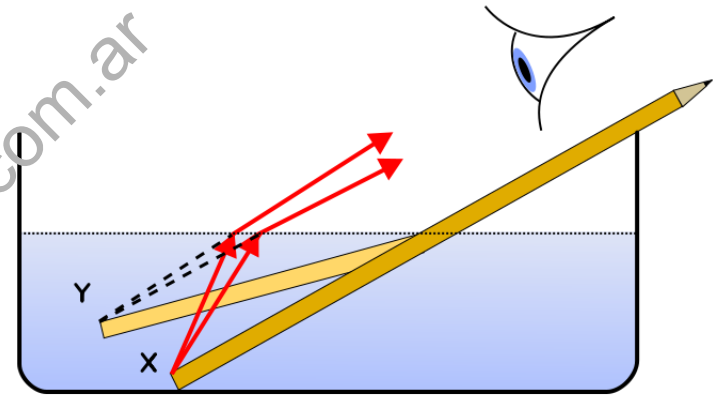
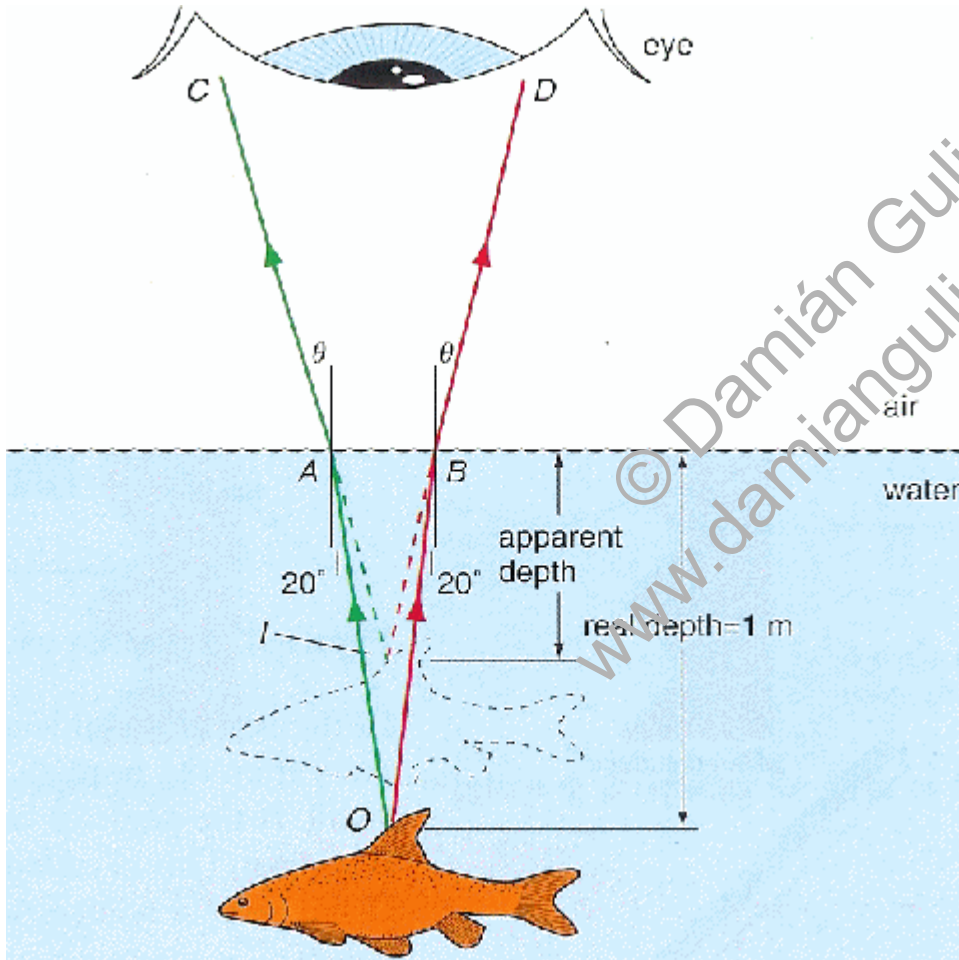
$$\underline{\underline{n_1 \sen(\theta_1)}} = \overbrace{n_2 \sen(\theta_2) = n_3 \sen(\theta_3) = \dots}^{\text{Podemos pasar por alto las capas intermedias}} = \underline{\underline{n_m \sen(\theta_m)}}$$

Obtenemos directo el ángulo de salida

Reflexión especular y difusa (dispersión)



Profundidad aparente

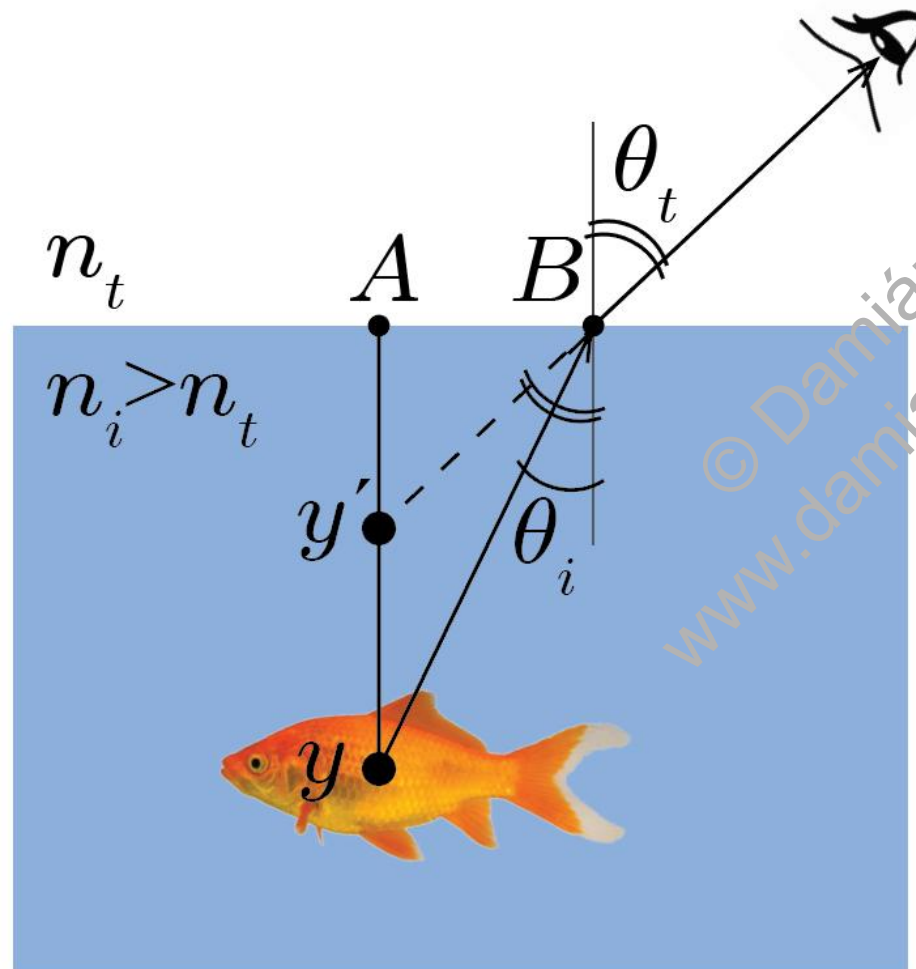


Profundidad aparente (cuasinormal)

y es la profundidad verdadera del objeto (fuente).

$y' < y$ es la *profundidad aparente*.

$$n_i \sen(\theta_i) = n_t \sen(\theta_t)$$



$$\sen(\theta_i) = \frac{\overline{AB}}{\sqrt{\overline{AB}^2 + y^2}}$$

$$\sen(\theta_t) = \frac{\overline{AB}}{\sqrt{\overline{AB}^2 + y'^2}}$$

$$\Rightarrow n_i \frac{\overline{AB}}{\sqrt{\overline{AB}^2 + y^2}} = n_t \frac{\overline{AB}}{\sqrt{\overline{AB}^2 + y'^2}}$$

Si $\overline{AB} \simeq 0$ (incidencia cuasinormal)

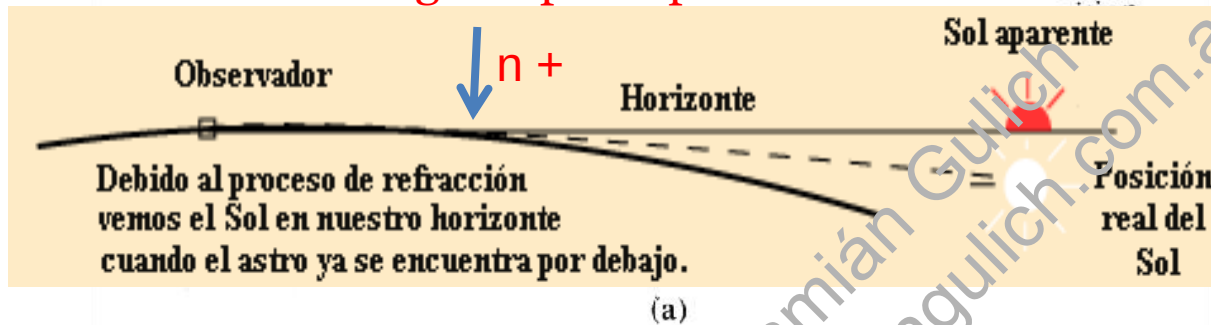
$$\Rightarrow \frac{n_i}{y} = \frac{n_t}{y'}$$

$$\Rightarrow y' = \frac{n_t}{n_i} y$$

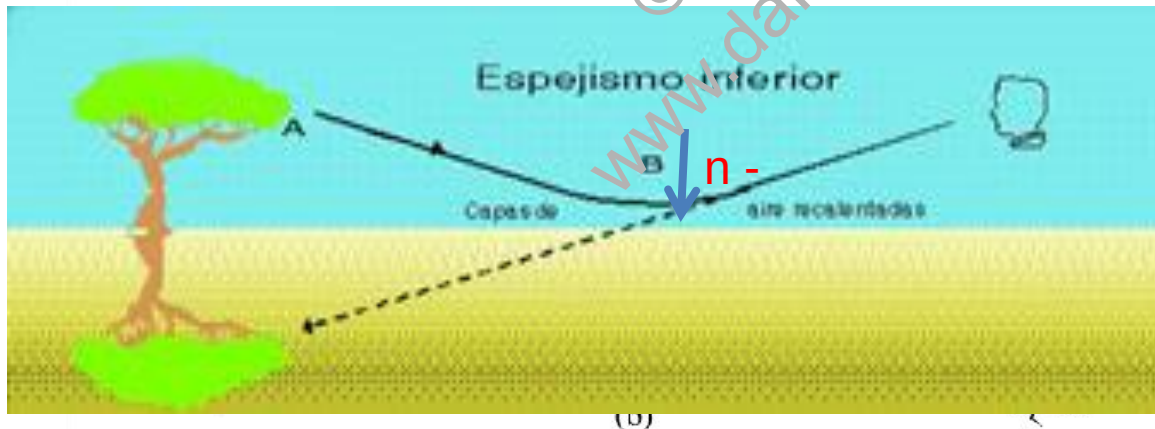
La Ley de Snell y los espejismos

El índice de refracción de aire depende de su densidad, la densidad depende de la temperatura y la presión que podemos considerar constante hasta una altura considerable.

El sol se ve luego de pasar por el horizonte



Los rayos del sol pasan a través de atmósfera no homogénea, se desvían para atravesar las regiones inferiores + densas, + n , tan abruptamente como sea posible minimizando LCO).



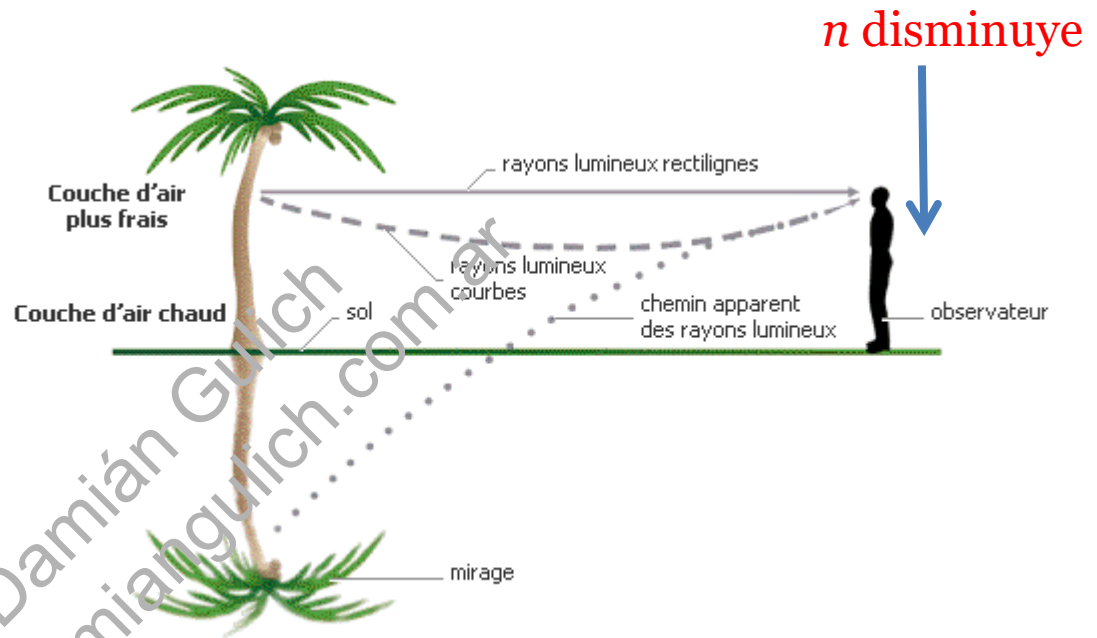
Espejismos. Un carretera en ang. rasante parece reflejar alrededores.

Espejismo inferior capas cercanas al suelo están + calientes y son menos densas, que las superiores

Espejismo inferior

Espejismo inferior

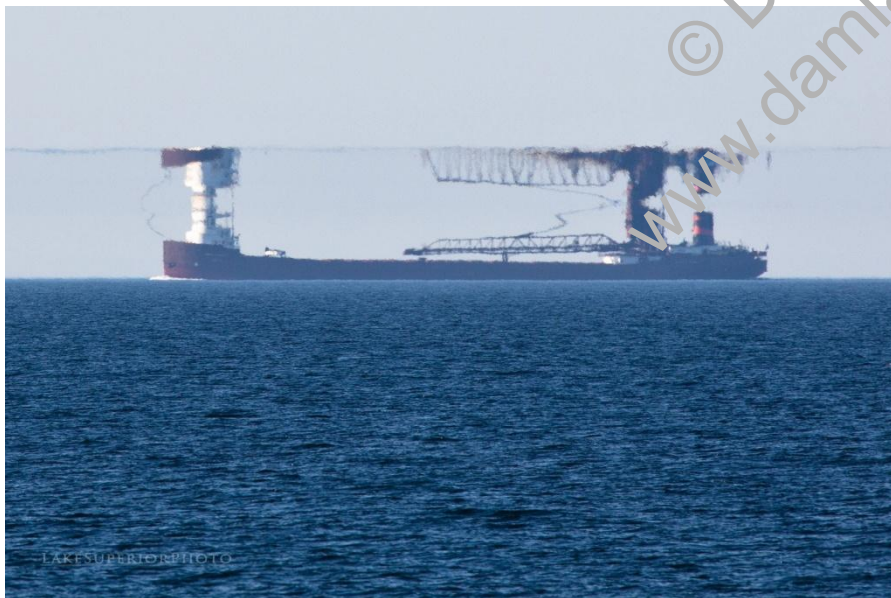
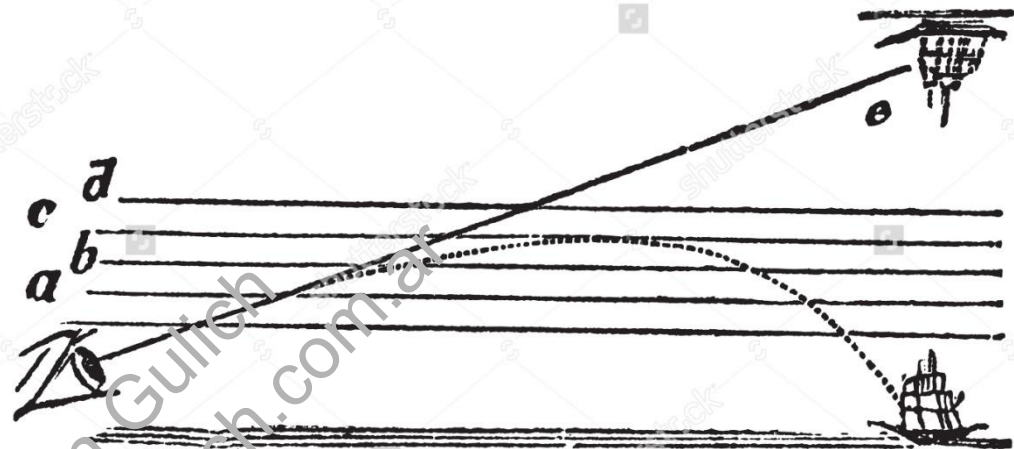
Las capas cercanas al suelo están más calientes y son menos densas que las superiores; un rayo de luz que proceda de un objeto elevado y que se dirige hacia el suelo, se va encorvando por refracción al encontrarse con estas capas menos densas, hasta llegar al punto en que parece reflejarse y curvarse hacia arriba, llegando al ojo del observador como si procediera de un punto inferior, simétrico del de su origen (espejo).



STS 1 in Desert Mirage, Edwards AFB ~ 1981

Espejismo superior

El **espejismo superior** se produce cuando el suelo está más frío que el aire, el rayo luminoso que parte del objeto hacia arriba, encuentra capas de aire cálido por sobre la cual hay otra capa fría y se va encorvando hasta llegar a la capa fría, donde se dobla hacia abajo, como si hubiese experimentado una reflexión total. El observador situado percibe una imagen hacia arriba invertida del objeto. El espejismo inverso es más corriente en zonas marítimas.

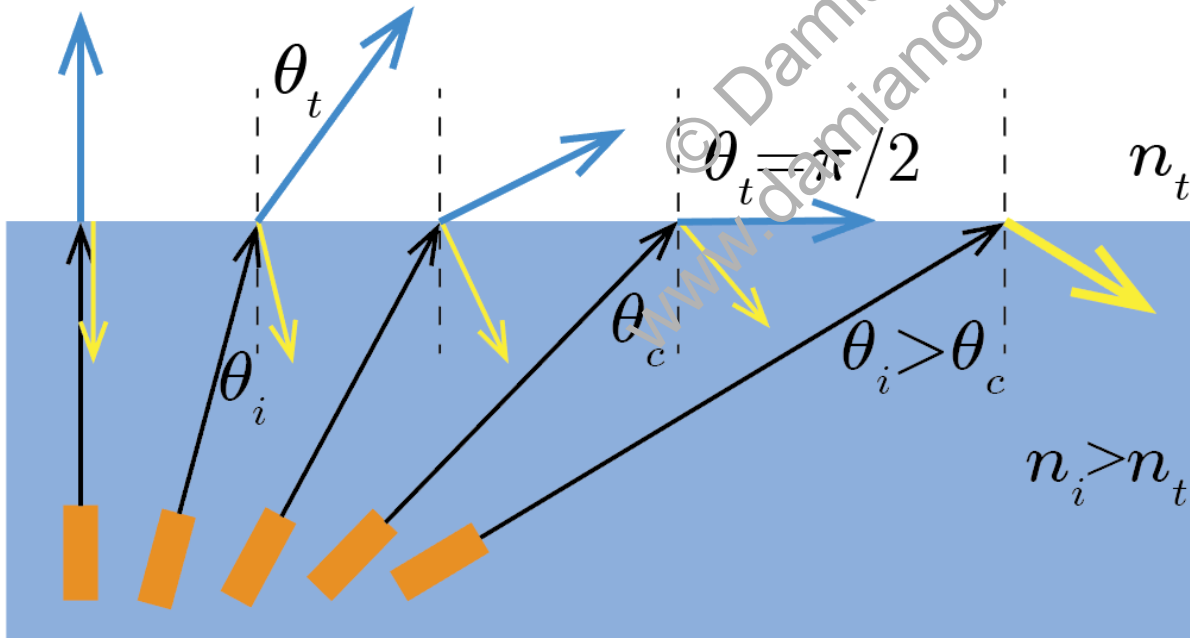


Reflexión total interna

Si $n_i > n_t$ existe $\theta_i = \theta_c$ tal que $\theta_t = \pi/2$ (el rayo transmitido es rasante a la superficie). Por Snell: $n_i \sin(\theta_c) = n_t \sin(\pi/2) = n_t$;

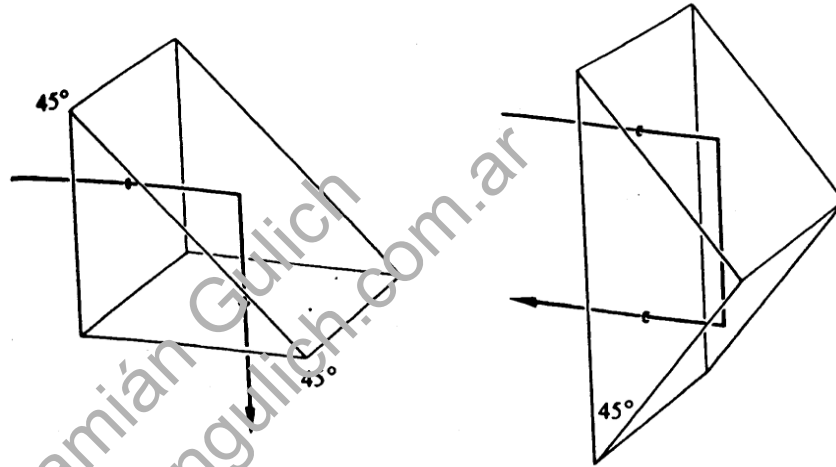
$$\Rightarrow \theta_c = \sin^{-1}\left(\frac{n_t}{n_i}\right)$$

Para incidencias con $\theta_i > \theta_c$ $\sin(\theta_t) > 1$. no hay rayo refractado y **todo el rayo es reflejado** (espejo).

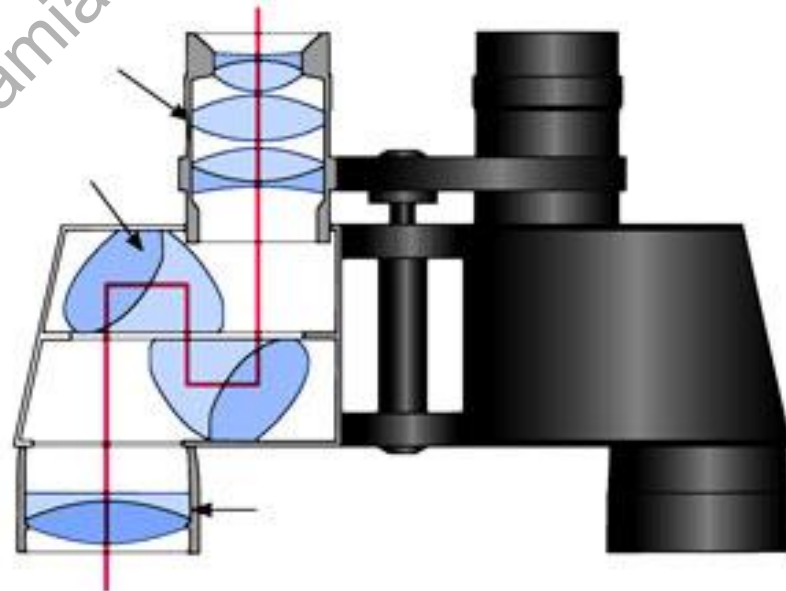


Aplicaciones de la reflexión total interna

Prismas



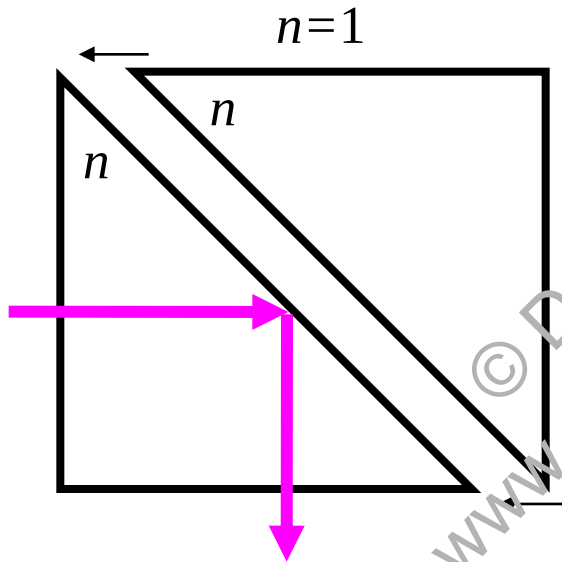
Prismas empleados en los binoculares



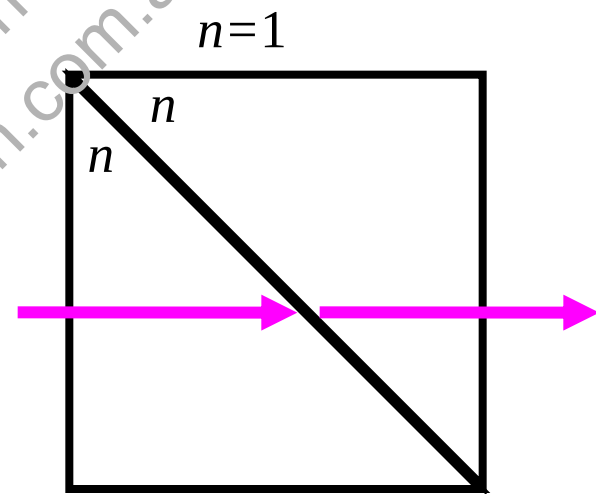
Reflexión total interna frustrada

Al colocar otra superficie en contacto con una que refleja totalmente, la reflexión total interna puede ser frustrada, dejando así pasar parte de la luz.

Reflexión total interna



Reflexión total interna frustrada



Los *cubos divisores de haz* son juegos de prismas separados por una capa de dieléctrico de grosor controlado de manera de reflejar cualquier fracción deseada del haz original.

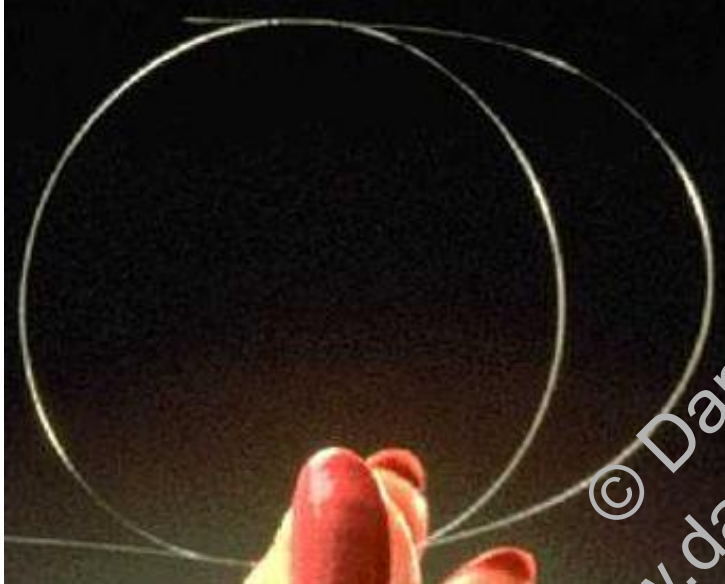


Fibras Ópticas

© Damián Gulich
www.damianguich.com.ar

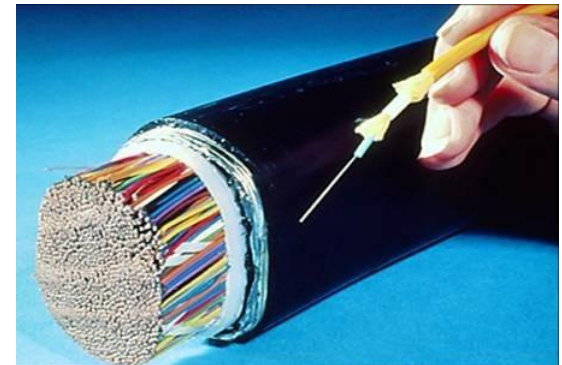
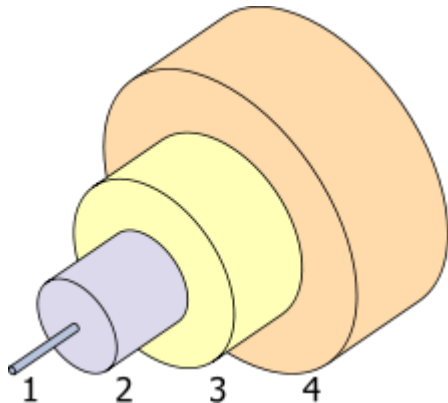
Fibras ópticas

Las *fibras ópticas* usan la reflexión total interna para transmitir luz a largas distancias.



La estructura de una fibra óptica monomodal típica.

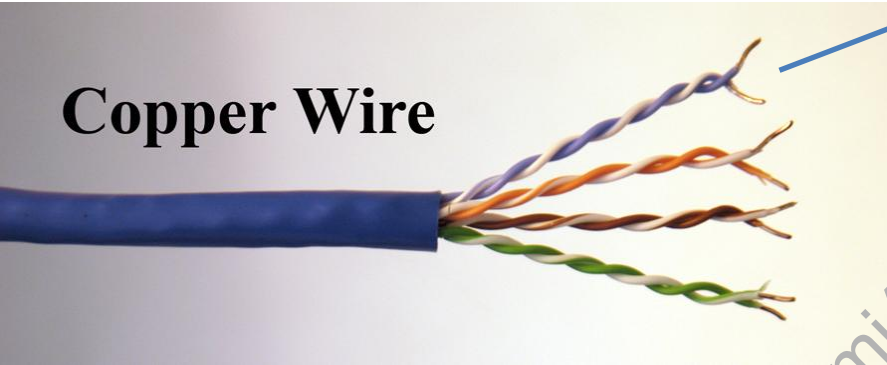
1. Núcleo 8 μm de diámetro.
2. *Cladding* 125 μm diám.
3. *Buffer* 250 μm diám. (cubierta)
4. *Jacket* 400 μm diám. (cubierta protectora externa)



Velocidad de transferencia de datos

¿Por qué utilizar fibras ópticas en comunicaciones?

Copper Wire



**CABLE DE COBRE
TELEFÓNICO**

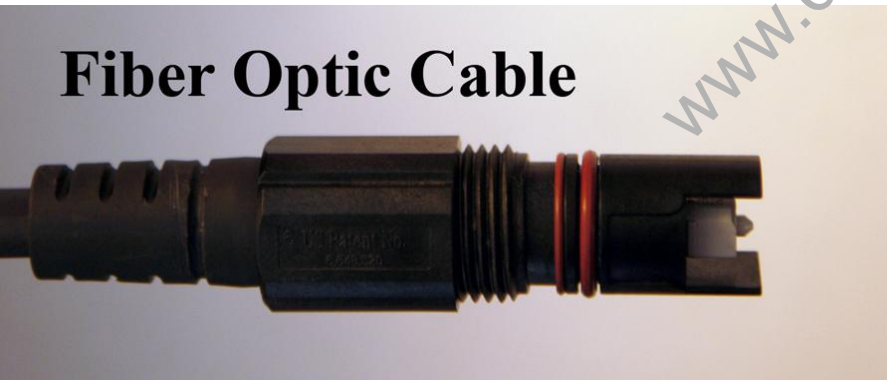
56 kbits/s

equivalente a
1 llamada

Diámetro: 0,4 mm



Fiber Optic Cable



FIBRA ÓPTICA MONOMODAL

40 Gbits/s

equivalente a
10 millones de llamadas

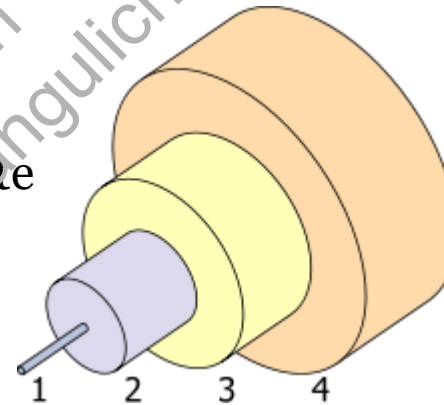
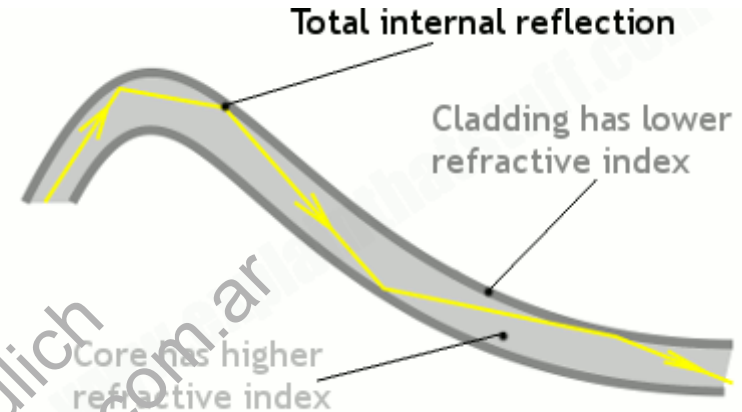
Diámetro: 0,4 mm

Fibras ópticas

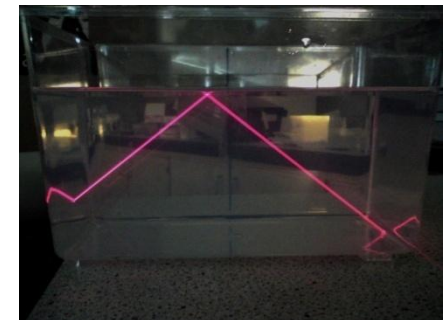
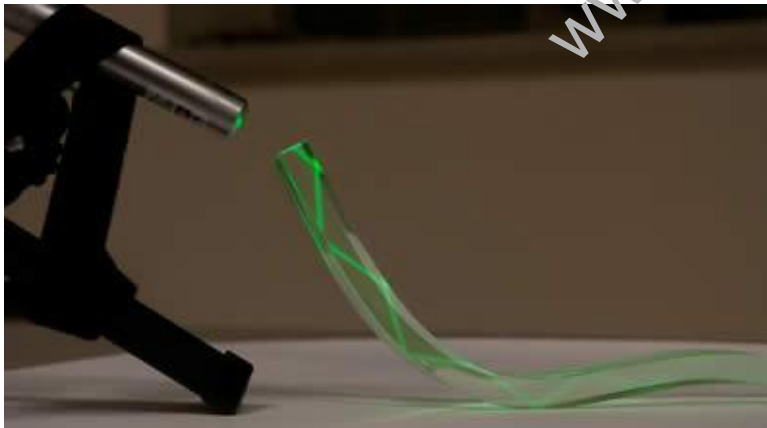
Las fibras ópticas de plástico o de vidrio (sílice), son capaces de conducir un haz de luz mediante sucesivas reflexiones totales internas. La luz se conduce por el núcleo. La condición para reflexión total interna es:

$$n_{\text{núcleo}} > n_{\text{cladding}}$$

Esta condición permite que el haz se mantenga dentro del núcleo prácticamente sin pérdidas (siempre que el haz haya entrado con el ángulo apropiado)



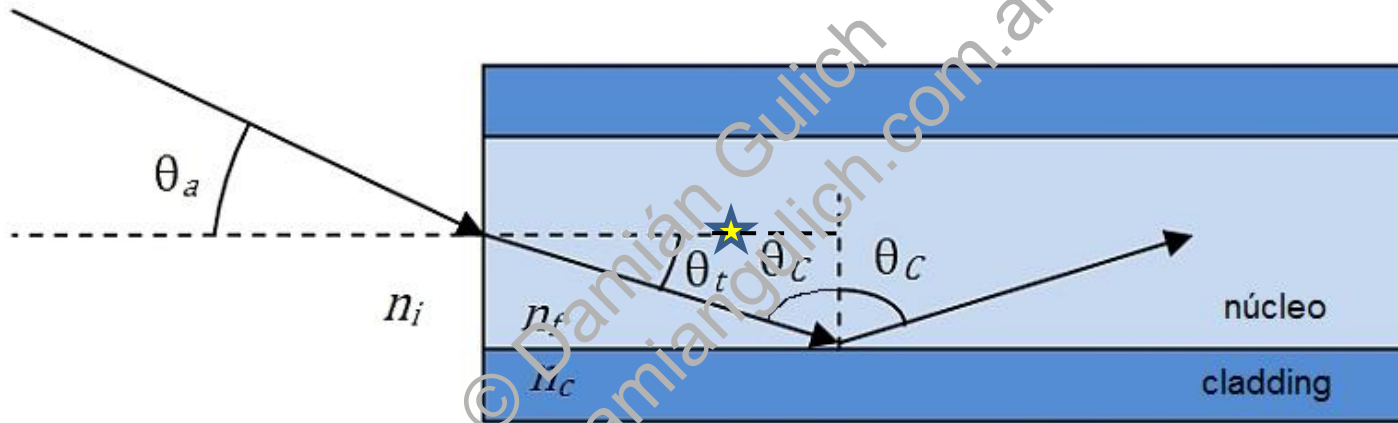
1. Núcleo.
2. *Cladding*.
3. *Buffer* (cubierta)
4. *Jacket* (cubierta protectora externa)



Fibras ópticas: ángulo de aceptación

El *ángulo de aceptación* (θ_a) de la fibra es el máximo ángulo medido desde el eje de la fibra para el cual los rayos entrantes a la misma se propagan por reflexión total interna (la luz no se dispersa del núcleo).

La condición es que el rebote interno tenga el ángulo crítico θ_c para la interfaz núcleo/cladding es $\text{sen}(\theta_c) = n_c/n_f$



★ En el triángulo $\theta_c + \theta_t = 90^\circ \implies \theta_t = 90^\circ - \theta_c$

$$\implies \text{sen}(\theta_t) = \text{sen}(90^\circ - \theta_c) = \cos(\theta_c) = \sqrt{1 - \text{sen}^2(\theta_c)} = \sqrt{1 - (n_c/n_f)^2}$$

Por Ley de Snell, en la interfaz exterior/núcleo: $n_i \text{sen}(\theta_a) = n_f \text{sen}(\theta_t)$

$$\implies \text{sen}(\theta_a) = \frac{1}{n_i} \sqrt{n_f^2 - n_c^2}$$

Seno del ángulo de aceptación

Fibras ópticas: apertura numérica

La apertura numérica (AN) es una medida del poder colector de luz de la fibra:

$$\sin(\theta_a) = \frac{1}{n_i} \sqrt{n_f^2 - n_c^2} \equiv \frac{1}{n_i} AN$$

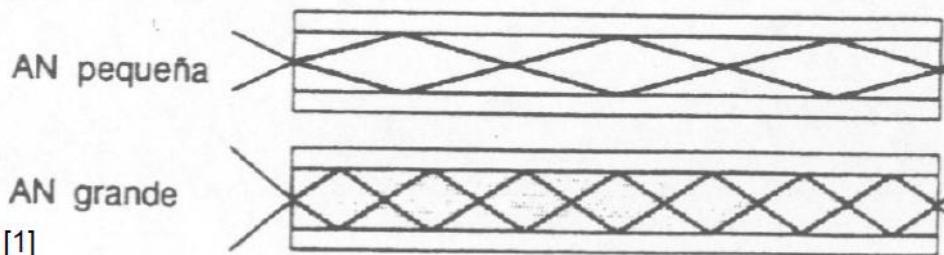
$$AN = n_i \sin(\theta_a) = \sqrt{n_f^2 - n_c^2}$$

→ θ_a es una medida del poder colector: todos los rayos que incidan con $\theta_i \leq \theta_a$ experimentan R.T.

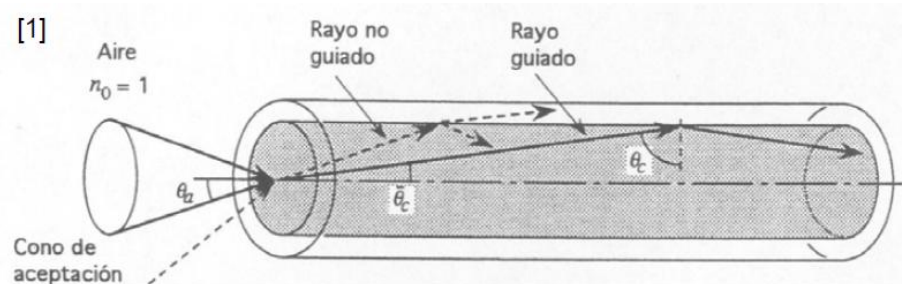
→ se definen

θ_a = ángulo (cono) de aceptación

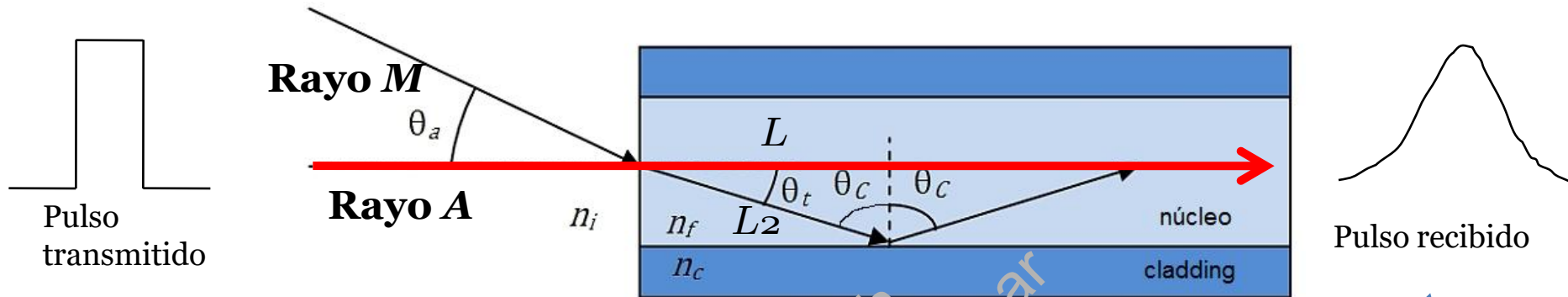
AN = apertura numérica



[1]



Fibras ópticas: dispersión



El rayo axial A se propaga una distancia L en un tramo de la fibra; el rayo marginal M se propaga una distancia L_2 en el mismo tramo.

$$\sin(\theta_c) = \frac{n_c}{n_f} = \frac{L}{L_2}$$

En cualquier fibra el rayo marginal recorre más que el axial: $L_2 > L$

$$\Delta L = L_2 - L = \frac{n_f}{n_c} L - L = \left(\frac{n_f - n_c}{n_c} \right) L$$

El tiempo adicional de viaje del rayo M es: $\Delta t = \frac{\Delta L}{v} = \frac{\Delta L n_f}{c} = \frac{L n_f}{c} \left(\frac{n_f - n_c}{n_c} \right)$

Se entiende como *dispersión* al efecto de deformación del pulso de salida recibido en un extremo de la fibra con respecto al pulso de entrada transmitido en el otro extremo.

La dispersión es causada por la naturaleza misma de la fibra, tal como su constitución (Monomodo o Multimodo), la calidad de la fibra y la cantidad de señal perdida por unidad de longitud.

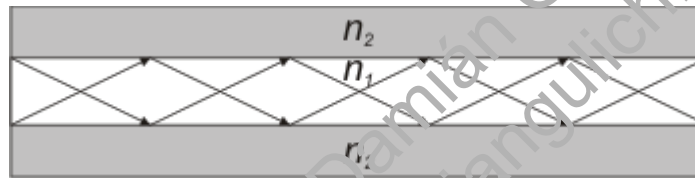
Fibras ópticas: tipos

Según el ángulo de incidencia en la fibra pueden existir miles de trayectorias de rayos o modos por los que puede propagarse la energía.

Las fibras ópticas utilizadas en telecomunicaciones se clasifican en:

Fibras ópticas Multimodo

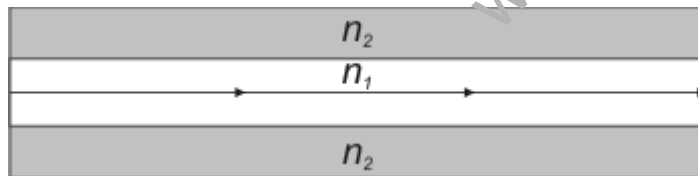
Son aquellas que pueden guiar y transmitir rayos de luz con distintos modos de propagación (distintas trayectorias) con tiempos de tránsito ligeramente distintos.



Dispersión modal o intermodal

Fibras ópticas Monomodo

Son aquellas que por su diseño pueden guiar y transmitir un solo modo de propagación; poseen un ancho de banda elevadísimo.



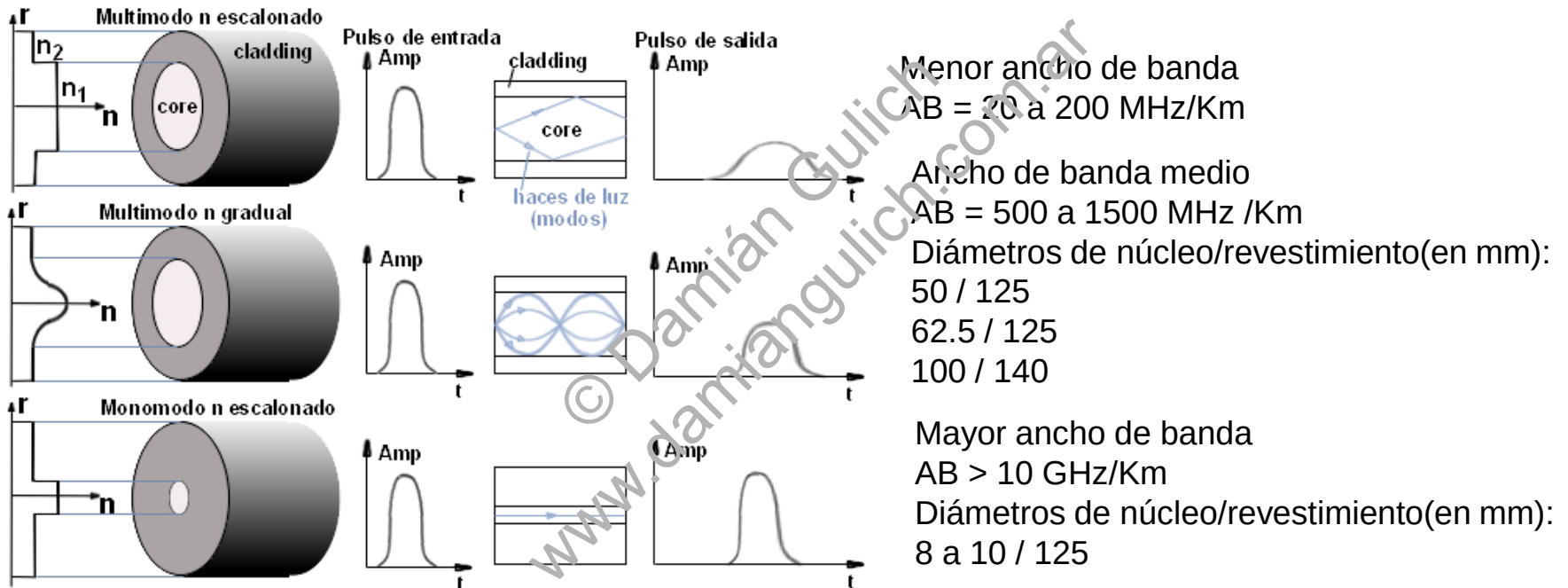
Las fibras monomodo

- son mejores para comunicaciones (!!)
- pero son más difíciles de fabricar / manejar, y tiene menor tolerancia en uniones y empalmes

¿Por qué en fibras para Comunicaciones Ópticas se utilizan materiales con índices tan próximos?

Fibras ópticas: perfiles de n

1. Multimodo de índice escalonado
2. Multimodo de índice gradual
3. Monomodo (índice escalonado)



En el núcleo de una fibra **multimodo de índice gradual** el n es máx. en el centro y va disminuyendo radialmente hacia afuera hasta llegar a igualarse al n (recubr) $\rightarrow$ modos se van curvando. Dado que la vel. propag. depende del n , sucederá entonces que los modos al alejarse del centro de la fibra por un lado viajarán más rápido y por otro, al curvarse, recorrerán menor distancia, resultando todo esto en un mejoramiento del ancho de banda respecto a la de índice escalonado.

3. ECUACIONES DE FRESNEL, POLARIZACIÓN

Ecuaciones de Fresnel

Augustin Fresnel



Información personal

Nacimiento	10 de mayo de 1788 Brogie, Francia
Fallecimiento	14 de julio de 1827 (39 años) Ville-d'Avray, Francia
Causa de muerte	Tuberculosis
Lugar de sepultura	Cementerio del Père-Lachaise
Nacionalidad	Francés

Ecuaciones de Fresnel

Encontraremos las relaciones de **amplitud y fase** entre los campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$ que representan las ondas

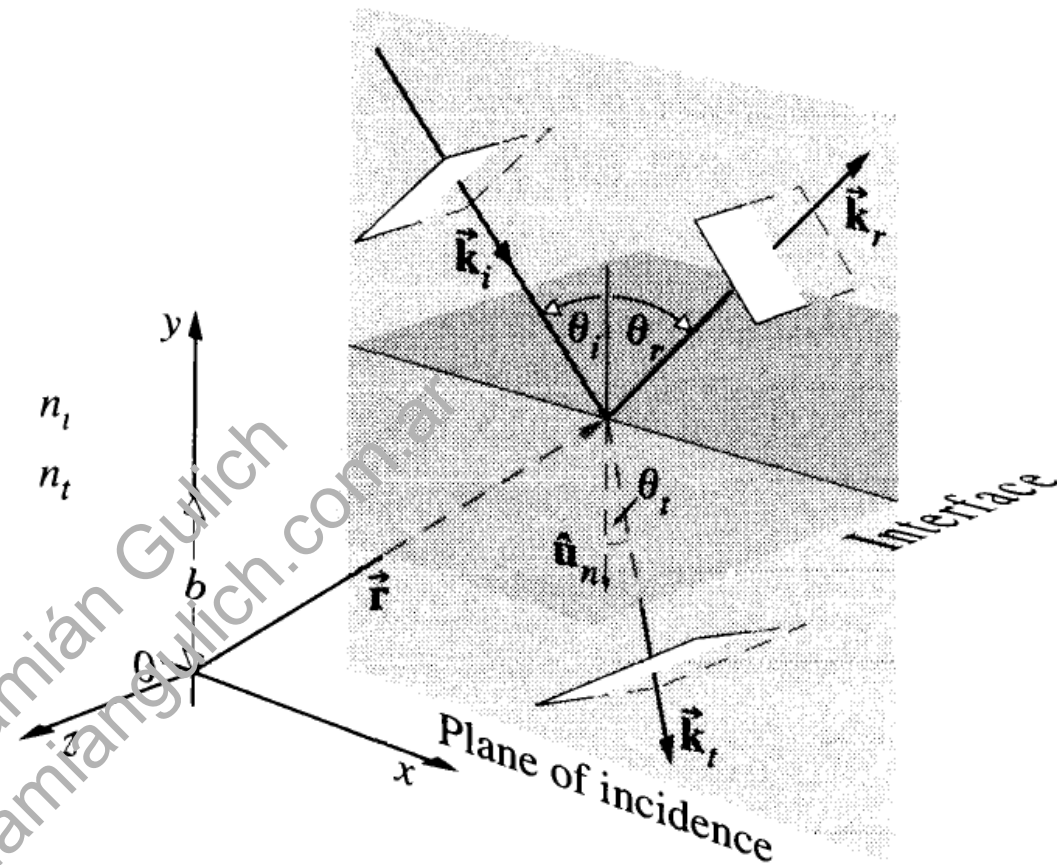
- *incidente* $(\vec{E}_i, \vec{B}_i)$,
- *reflejada* $(\vec{E}_r, \vec{B}_r)$
- *transmitida* $(\vec{E}_t, \vec{B}_t)$

entre dos medios dieléctricos homogéneos e isotrópicos de distinto índice de refracción:

- n_i es el índice refracción medio incidente.
- n_t es el índice refracción medio transmitido.

- La Óptica Geométrica no pueden decir cuánto se refleja y cuánto se transmite en una interfase.

- Esto debe ser derivado de las ecuaciones de Maxwell.



- Estos fenómenos se describen en términos de los coeficientes de reflexión (R) y de transmisión (T) que son, respectivamente, fracción de la amplitudes (intensidades) incidente a reflejada e incidente a transmitida.

Vector de propagación

Supongamos que una onda plana monocromática incide sobre la superficie de la interfase entre los dos medios.

Definimos el *vector de propagación* ($\vec{k}$) como un vector paralelo a la dirección de propagación de la onda (Poynting):

$$\vec{k} // \vec{S} // \vec{E} \times \vec{B}$$
$$\|\vec{k}\| = \text{cte} = 2\pi/\lambda$$

$$\Rightarrow \text{Norma para una onda plana: } E(\vec{r}, t) = E_0 \sin(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$$

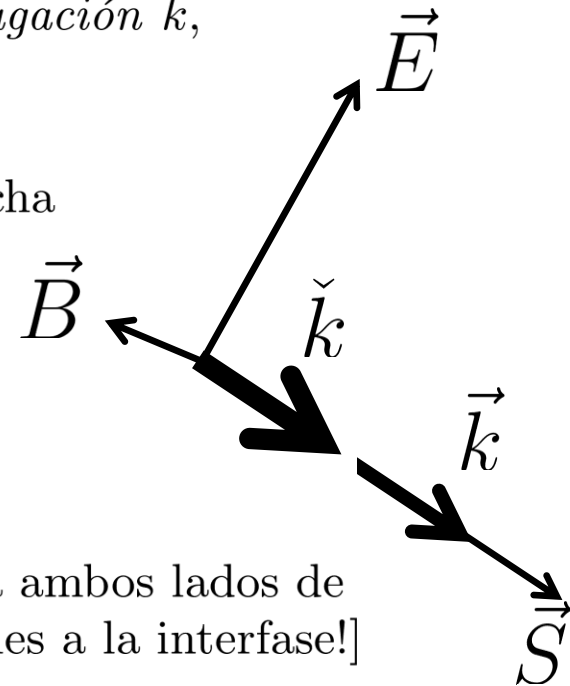
Por conveniencia también podemos usar el *versor de propagación* $\check{k}$, que apunta en la misma dirección que $\vec{k}$ y tiene la ventaja que $\|\check{k}\| = 1$ (sin unidades).

Así como $\vec{E}$, $\vec{B}$ y $\vec{S}$ formaban una terna ordenada a derecha también será terna ordenada a derecha $\vec{E}$, $\vec{B}$ y $\check{k}$ (o $\vec{k}$);

$$\check{k} \cdot \vec{E} = 0; \quad \check{k} \times \vec{E} = v \vec{B}$$

Condiciones de contorno en una interfase:

- Las componentes **tangenciales** de $\vec{E}$ se conservan a ambos lados de la interfase (así como las de $\vec{H} = \vec{B}/\mu$). [¡Tangenciales a la interfase!]
- Las componentes **normales** de $\vec{B}$ se conservan a ambos lados de la interfase (así como las de $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$). [¡Normales a la interfase!]



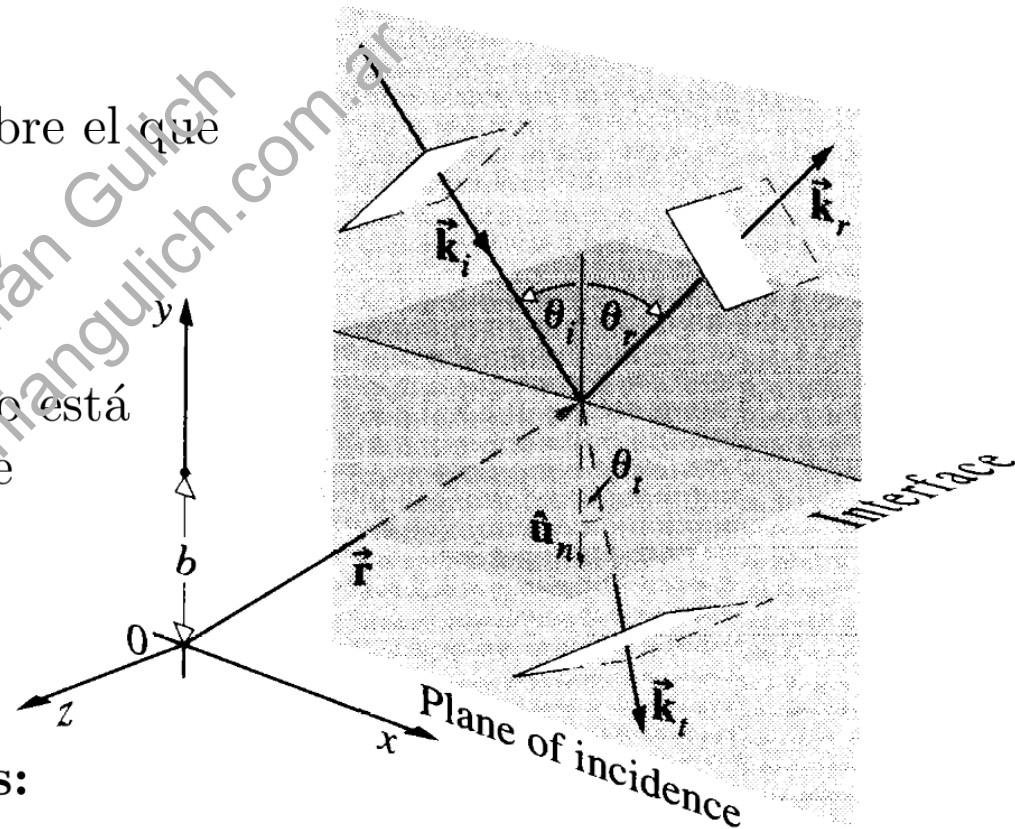
Plano de incidencia

Los rayos incidente (paralelo a $\vec{k}_i$), reflejado (paralelo a $\vec{k}_r$) y transmitido (paralelo a $\vec{k}_t$) están en un mismo plano: el *plano de incidencia*.

Dicho de otra manera:

El plano de incidencia es el plano sobre el que están contenidos $\vec{k}_i$, $\vec{k}_r$ y $\vec{k}_t$.

Como $\vec{E}$, $\vec{B}$ y $\vec{k}$ forman una terna ordenada a derecha, basta saber como está orientado $\vec{E}$ para tener perfectamente orientados a los tres vectores.



Hay dos posibilidades principales:

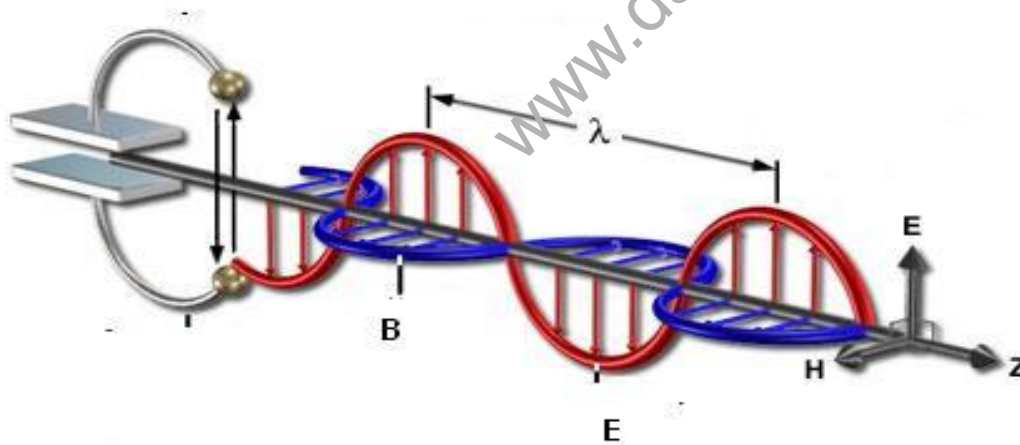
1. $\vec{E}$ es perpendicular (normal) al plano de incidencia
2. $\vec{E}$ es paralelo al plano de incidencia

Polarización lineal de una onda EM

En las ondas transversales la vibración es perpendicular a la dirección de propagación.

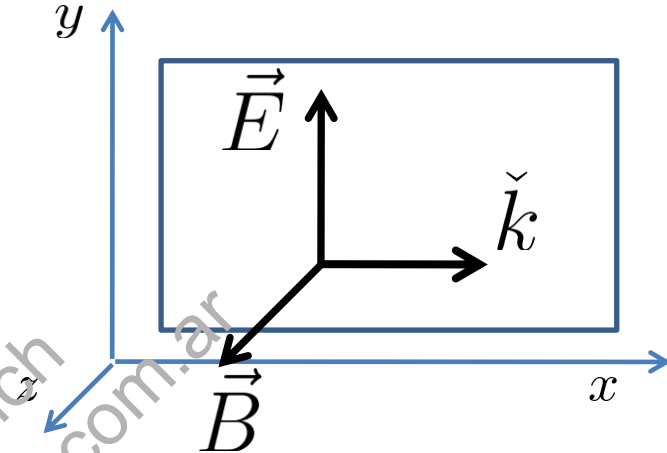
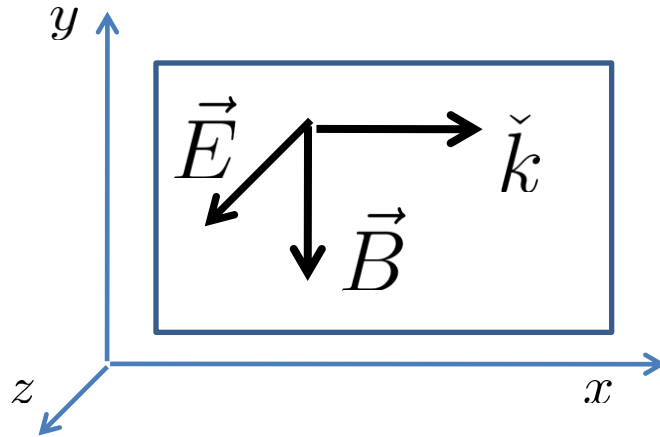
Se define la *dirección de polarización* como la dirección de vibración del campo eléctrico $\vec{E}$.

Vimos anteriormente que en una onda EM plana el campo eléctrico $\vec{E}$ oscilaba siempre en una misma dirección. En ese caso decimos que la onda está *linealmente polarizada*.



- Fuente puntual: Ondas polarizadas (antenas ..)
- Muchas fuentes: Ondas no polarizadas (sol..)

El campo eléctrico respecto del plano de incidencia



1. $\vec{E}$ es perpendicular (normal) al plano de incidencia
2. $\vec{E}$ es paralelo al plano de incidencia

Hay dos posibilidades principales:

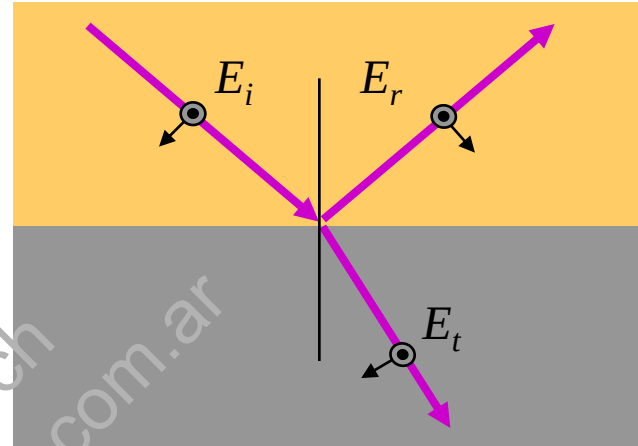
1. $\vec{E}$ es perpendicular (normal) al plano de incidencia
2. $\vec{E}$ es paralelo al plano de incidencia

En general, $\vec{E}$ puede tener cualquier orientación perpendicular a $\vec{k}$, pero siempre lo podremos descomponer en una componente sobre el plano de incidencia y otra perpendicular.

Cualquier estado de polarización puede representarse por dos ondas linealmente polarizadas ortogonales.

Ecuaciones de Fresnel

Queremos calcular la fracción de una onda de luz reflejada (r) y transmitida (t) al pasar ésta por una interfase entre dos medios con diferentes índices de refracción.



Si E_{0i} , E_{0r} y E_{0t} son las amplitudes de los campos.

$$\begin{cases} r_{\perp} = (E_{0r}/E_{0i})_{\perp} \\ t_{\perp} = (E_{0t}/E_{0i})_{\perp} \end{cases}$$

1. $\vec{E}$ es perpendicular (normal) al plano de incidencia

$$\begin{cases} r_{\parallel} = (E_{0r}/E_{0i})_{\parallel} \\ t_{\parallel} = (E_{0t}/E_{0i})_{\parallel} \end{cases}$$

2. $\vec{E}$ es paralelo al plano de incidencia

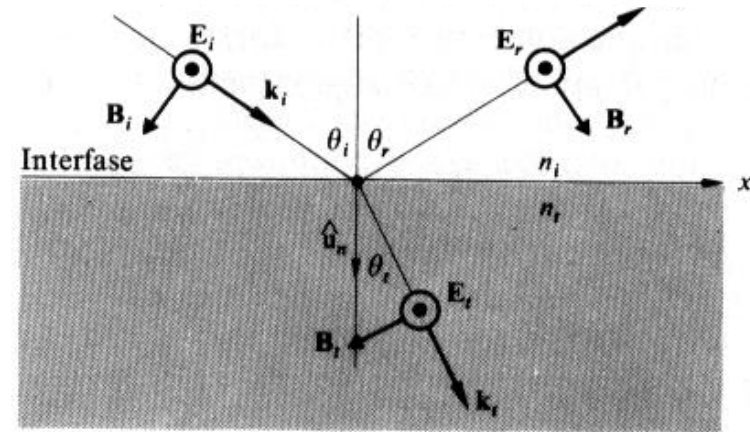
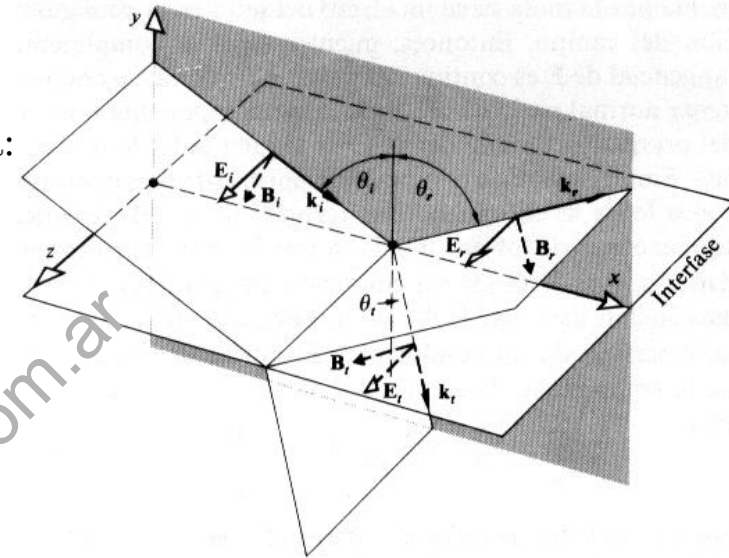
- Consideramos que las condiciones límite en la interfase de los campos eléctricos y magnéticos de las ondas de luz.
- Dependen del ángulo de incidencia de una manera complicada.

Caso 1. $\vec{E}$ perpendicular al plano de incidencia

Consideramos las amplitudes de las ondas respectivas cuando E es perpendicular (normal) al plano de incidencia:

- $E_i(\vec{r}, t) = E_{0i} \sin(\vec{k}_i \cdot \vec{r} - \omega t)$ onda incidente
- $E_r(\vec{r}, t) = E_{0r} \sin(\vec{k}_r \cdot \vec{r} - \omega t)$ onda reflejada
- $E_t(\vec{r}, t) = E_{0t} \sin(\vec{k}_t \cdot \vec{r} - \omega t)$ onda transmitida

Elegimos la dirección de la onda incidente $E_i(\vec{r}, t)$ y suponemos que las direcciones de $E_r(\vec{r}, t)$ y $E_t(\vec{r}, t)$ son como en la figura.



Condiciones de contorno:

Las condiciones se deben cumplir en cualquier lugar de la interfase y para cualquier tiempo. Por lo tanto debemos considerar:

$$\sin(\vec{k}_i \cdot \vec{r} - \omega t) = \sin(\vec{k}_r \cdot \vec{r} - \omega t) = \sin(\vec{k}_t \cdot \vec{r} - \omega t) = 1$$

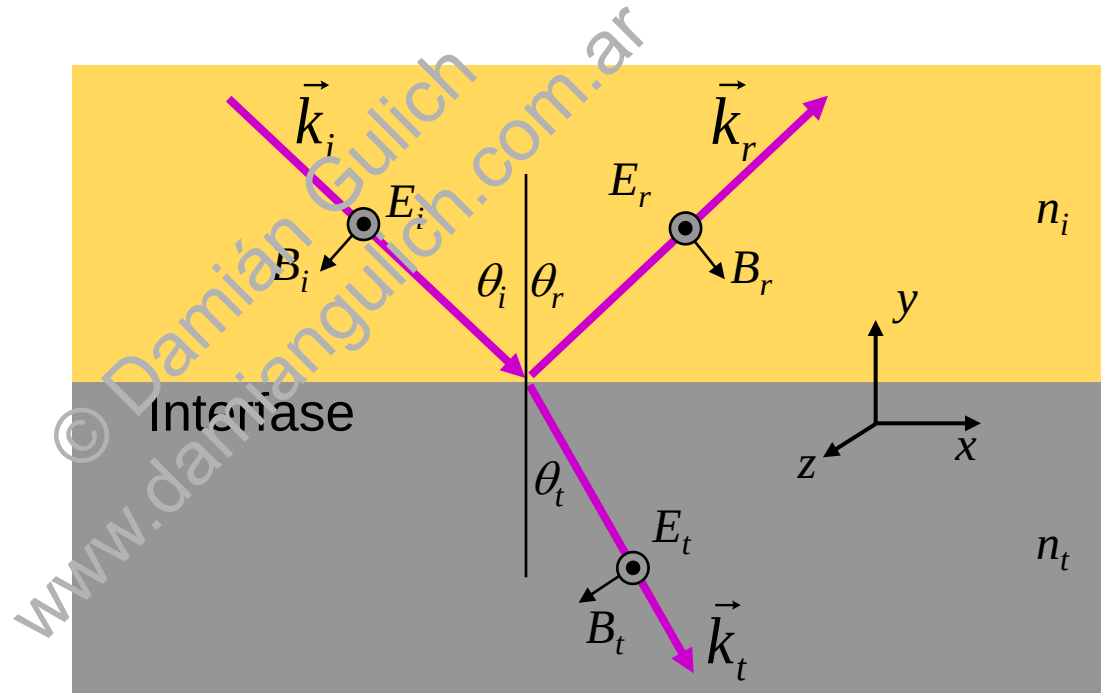
Caso 1. $\vec{E}$ perpendicular al plano de incidencia

Condición de contorno para el campo eléctrico en una interfase

Las componentes **tangenciales** de $\vec{E}$ se conservan a ambos lados de la interfase. [¡Tangenciales a la interfase!]

El campo total E en el plano de la interfase es continuo.

En nuestro caso, los campos E están en la dirección z , el cual es el plano de la interfase (xz), entonces:



$$E_i(x, y = 0, z, t) + E_r(x, y = 0, z, t) = E_t(x, y = 0, z, t)$$

Caso 1. $\vec{E}$ perpendicular al plano de incidencia

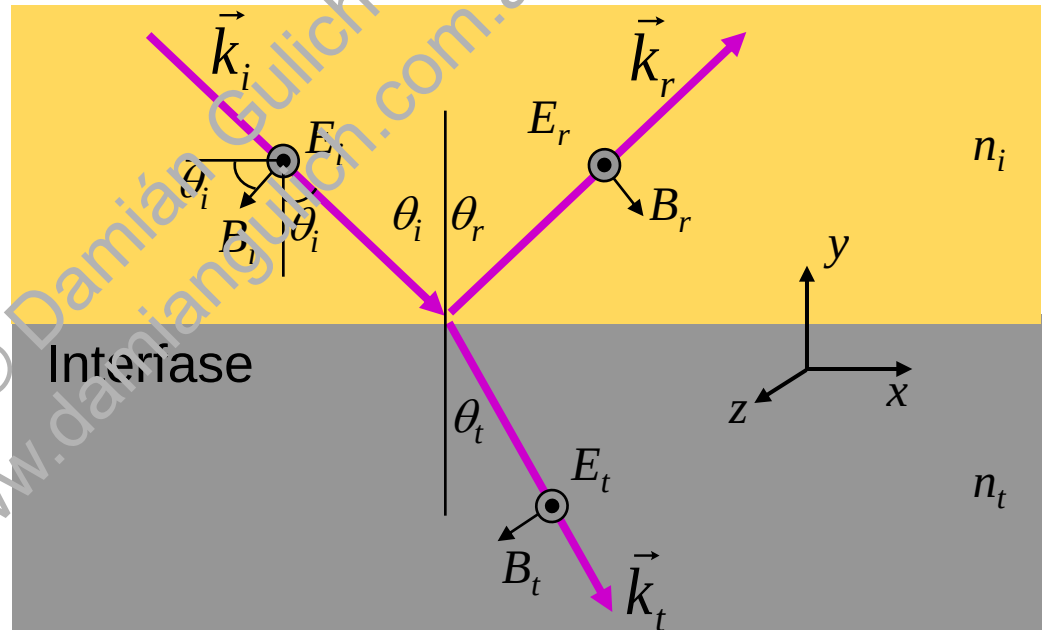
Condición de contorno para el campo magnético en una interfase

Las componentes **tangenciales** de $\vec{B}/\mu$ se conservan a ambos lados de la interfase. [¡Tangenciales a la interfase!]

(Considerando que para dieléctricos en general $\mu_i =, \mu_t = \mu_0$)

El campo total B/μ en el plano de la interfase es continuo.

Aquí, todos los campos B están en el plano xy , de modo que tomamos las componentes x :



$$-B_i(x, y = 0, z, t) \cos(\theta_i) + B_r(x, y = 0, z, t) \cos(\theta_r) = B_t(x, y = 0, z, t) \cos(\theta_t)$$

Caso 1. $\vec{E}$ perpendicular al plano de incidencia

Reflexión y transmisión para haz polarizado perpendicularmente

Proponemos la cancelación de las partes de variación rápida de la onda lumínica y mantenemos únicamente las amplitudes (en general complejas):

$$(I) E_{0i} + E_{0r} = E_{0t}$$

$$(II) -B_{0i} \cos(\theta_i) + B_{0r} \cos(\theta_r) = -B_{0t} \cos(\theta_t)$$

Recordando la relación de amplitudes: $B = E/(c/n)$ y Snell: $\theta_i = \theta_r$

$$\Rightarrow n_i (E_{0r} - E_{0i}) \cos(\theta_i) = -n_t E_{0t} \cos(\theta_t)$$

Reemplazando: $E_{0i} + E_{0r} = E_{0t}$

$$\Rightarrow n_i (E_{0r} - E_{0i}) \cos(\theta_i) = -n_t (E_{0r} + E_{0i}) \cos(\theta_t)$$

Planteadas las ecuaciones las incógnitas que son E_{0r} y E_{0t} , las expresaremos como los coeficientes definidos y ahora calculamos los coeficientes de reflexión y transmisión.

Caso 1. $\vec{E}$ perpendicular al plano de incidencia

Reflexión y transmisión para haz polarizado perpendicularmente

Reagrupando $n_i (E_{0r} - E_{0i}) \cos(\theta_i) = -n_t (E_{0r} + E_{0i}) \cos(\theta_t)$

$$\Rightarrow E_{0r} [n_i \cos(\theta_i) + n_t \cos(\theta_t)] = E_{0i} [n_i \cos(\theta_i) - n_t \cos(\theta_t)]$$

Resolviendo E_{0r}/E_{0i} encontramos el *coeficiente de reflexión perpendicular*:

$$r_{\perp} = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}} \right)_{\perp} = \frac{n_i \cos(\theta_i) - n_t \cos(\theta_t)}{n_i \cos(\theta_i) + n_t \cos(\theta_t)}$$

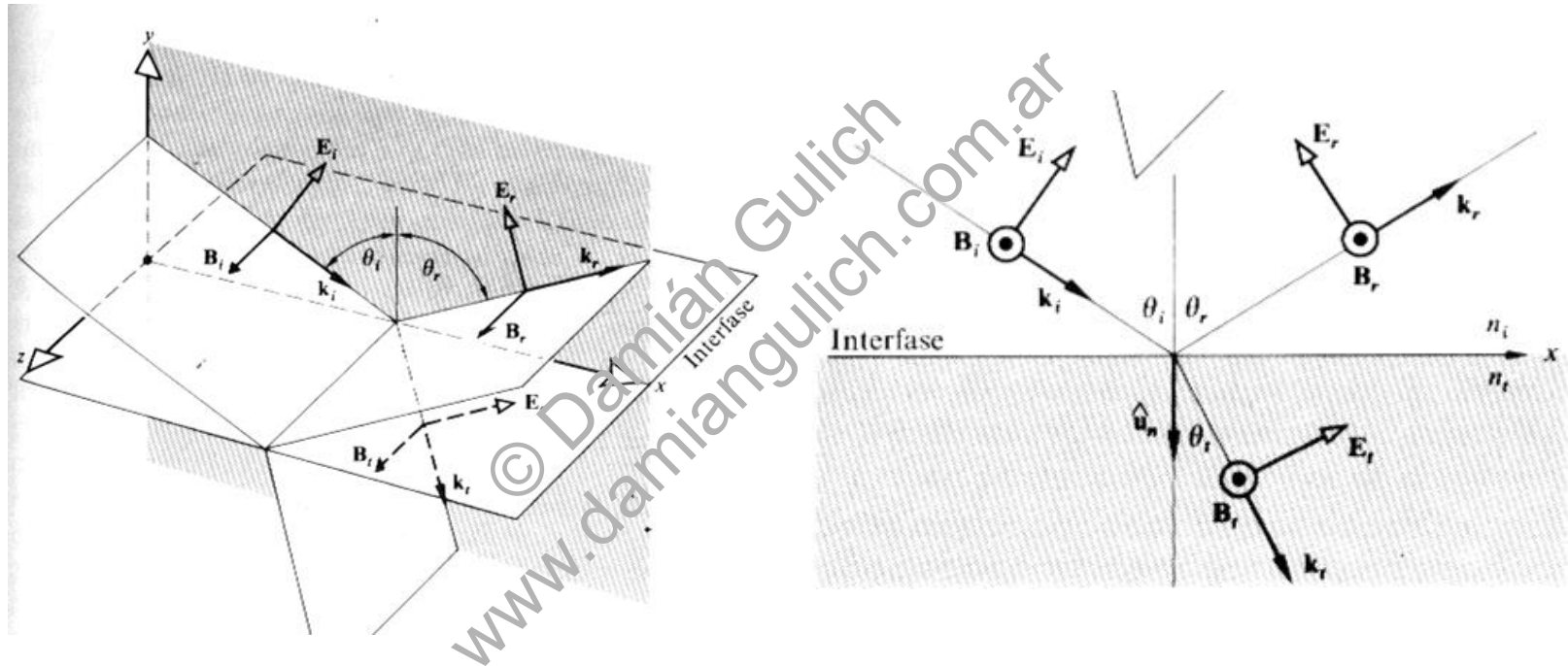
De la ecuación (I) $E_{0t}/E_{0i} = E_{0r}/E_{0i} + 1$ y con ello encontramos el *coeficiente de transmisión perpendicular*:

$$t_{\perp} = \left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}} \right)_{\perp} = \frac{2 n_i \cos(\theta_i)}{n_i \cos(\theta_i) + n_t \cos(\theta_t)}$$

Estas ecuaciones que permiten calcular la relación de amplitudes de la onda reflejada y transmitida respecto de la incidente son las **ecuaciones de Fresnel** para luz polarizada *perpendicularmente* al plano de incidencia

Caso 2. $\vec{E}$ paralelo al plano de incidencia

Igual que en el caso 1, elegimos la dirección de la onda incidente $E_i(\vec{r}, t)$ y suponemos que las direcciones de $E_r(\vec{r}, t)$ y $E_t(\vec{r}, t)$ son como en la nueva figura.



Condiciones de contorno:

Igual que en el caso 1, las condiciones se deben cumplir en cualquier lugar de la interfase y para cualquier tiempo. Por lo tanto debemos considerar:

$$\sin(\vec{k}_i \cdot \vec{r} - \omega t) = \sin(\vec{k}_r \cdot \vec{r} - \omega t) = \sin(\vec{k}_t \cdot \vec{r} - \omega t) = 1$$

Caso 2. $\vec{E}$ paralelo al plano de incidencia

Reflexión y transmisión para haz polarizado paralelamente

De la misma forma queda un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas para la configuración de E paralelo se obtiene

$$r_{\parallel} = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}} \right)_{\parallel} = \frac{n_t \cos(\theta_i) - n_i \cos(\theta_t)}{n_i \cos(\theta_t) + n_t \cos(\theta_i)}$$

$$t_{\parallel} = \left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}} \right)_{\parallel} = \frac{2 n_i \cos(\theta_i)}{n_i \cos(\theta_t) + n_t \cos(\theta_i)}$$

Estas ecuaciones que permiten calcular la relación de amplitudes de la onda reflejada y transmitida respecto de la incidente son las **ecuaciones de Fresnel** para luz polarizada *paralelamente* al plano de incidencia

Ecuaciones de Fresnel simplificadas para dieléctricos

Usando la Ley de Snell se puede hacer una simplificación en las Ecuaciones de Fresnel válida para medios dieléctricos.

Caso 1. $\vec{E}$ perpendicular al plano de incidencia

$$r_{\perp} = -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)}$$

$$t_{\perp} = \frac{2 \sin(\theta_t) \cos(\theta_i)}{\sin(\theta_i + \theta_t)}$$

Caso 2. $\vec{E}$ paralelo al plano de incidencia

$$r_{\parallel} = +\frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)}$$

$$t_{\parallel} = \frac{2 \sin(\theta_t) \cos(\theta_i)}{\sin(\theta_i + \theta_t) \cos(\theta_i - \theta_t)}$$

Notar que los signos de los coeficientes de Fresnel son válidos para la elección particular de las direcciones de los vectores.

Ejemplo: el signo negativo del coeficiente $r_{\perp}$ es porque es incorrecta la dirección del vector $\vec{E}$ reflejado.

Los coeficientes de amplitud de Fresnel cuando la incidencia es cuasinormal

Si la incidencia es cuasinormal $\theta_i \approx 0 \implies \sin(\theta_i) \approx \tan(\theta_i) \approx \theta_i$ (¡en radianes!).
Ahora hacemos las aproximaciones en los coeficientes de Fresnel y luego de aplicar Snell hallamos:

$$-r_{\perp}(\theta_i \approx 0) = r_{\parallel}(\theta_i \approx 0) = \frac{n_t \cos(\theta_i) - n_i \cos(\theta_t)}{n_t \cos(\theta_i) + n_i \cos(\theta_t)}$$

$$t_{\perp}(\theta_i \approx 0) = t_{\parallel}(\theta_i \approx 0) = \frac{2 n_i}{n_i + n_t}$$

Ejemplo: si $n_i = 1$ (aire) y $n_t = 1,5$ (vidrio) y $\theta_i = 0$:

$$\left\{ \begin{array}{l} -r_{\perp}(\theta_i = 0) = r_{\parallel}(\theta_i = 0) = 0,2 \\ t_{\perp}(\theta_i = 0) = t_{\parallel}(\theta_i = 0) = 0,8 \end{array} \right.$$

¡CUIDADO! Se puede demostrar que

- $t_{\perp} + (-r_{\perp}) = 1$ para todo θ_i
- $t_{\parallel} + (-r_{\parallel}) = 1$ sólo si $\theta_i = 0$

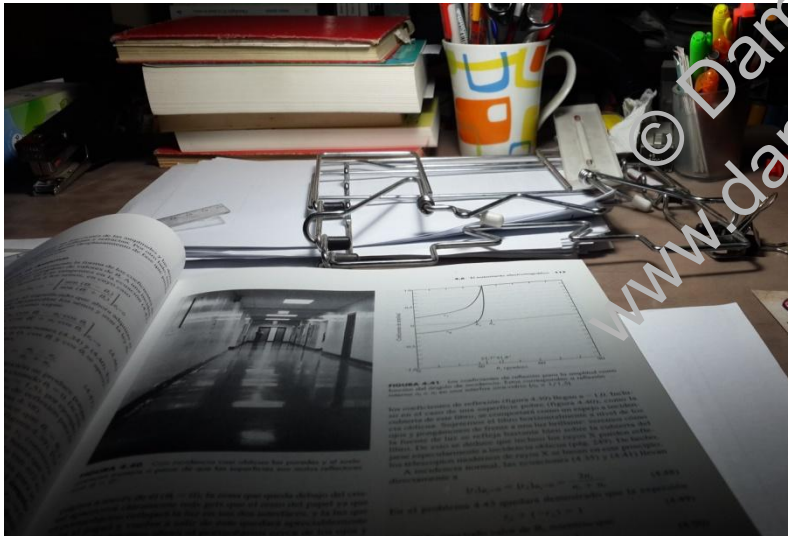
Los coeficientes de amplitud de Fresnel cuando la incidencia es rasante

Si $n_i < n_t$ y si la incidencia es rasante $\theta_i \approx 90^\circ \equiv \pi/2$:

$$-r_{\perp}(\theta_i \approx \pi/2) = -r_{\parallel}(\theta_i \approx \pi/2) = 1$$

$$t_{\perp}(\theta_i \approx \pi/2) = t_{\parallel}(\theta_i \approx \pi/2) = 0$$

¡Los dieléctricos se comportan como espejos cuando los rayos inciden rasantes!



Ejemplo: el papel del libro es mate visto desde arriba, pero funciona como un espejo para los rayos de luz que inciden a casi 90° de la normal.

Los coeficientes de amplitud de Fresnel en función del ángulo incidente ($n_i < n_t$)

Si $n_i < n_t$ se cumple que

$$r_{\perp} = -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)} < 0 \text{ para todo } \theta_i$$

pero

$$r_{\parallel} = +\frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)} \text{ es}$$

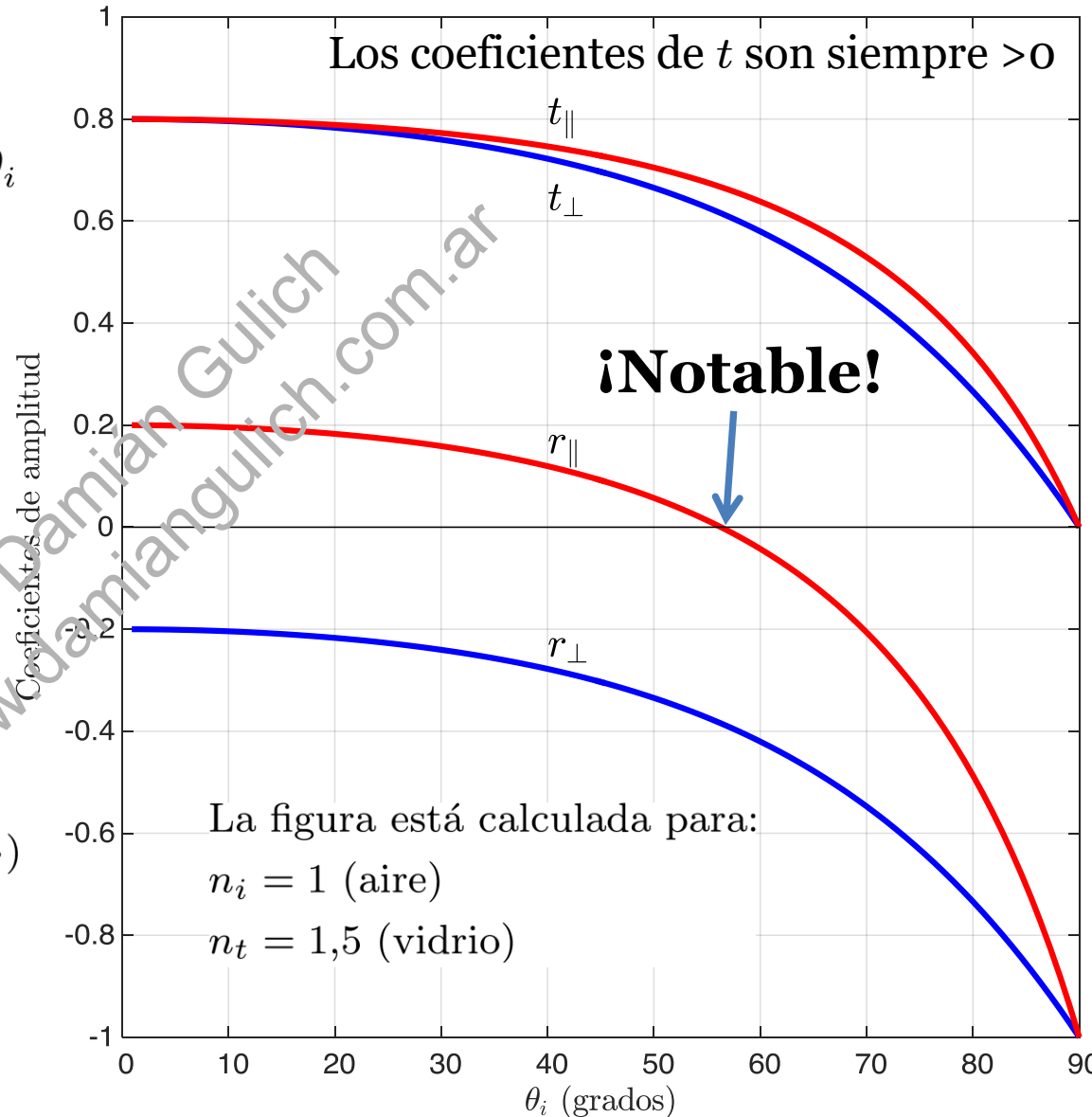
> 0 para $\theta_i = 0$ y decrece

$= 0$ para $\theta_i + \theta_t = \pi/2 \equiv 90^\circ$

< 0 para θ_i mayores

El ángulo de incidencia para el cual se cumple que $r_{\parallel} = 0$ se llama *ángulo de polarización* ($\theta_i = \theta_p = \theta_B$) o *ángulo de Brewster*.

La luz reflejada a θ_B está SÓLO polarizada **perpendicularmente** al plano de incidencia.



Los coeficientes de amplitud de Fresnel en función del ángulo incidente ($n_i > n_t$)

Si $n_i > n_t$ se cumple que

$$r_{\perp} = -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)} > 0 \text{ para todo } \theta_i$$

pero

$$r_{\parallel} = +\frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)} \text{ es}$$

< 0 para $\theta_i = 0$ y crece

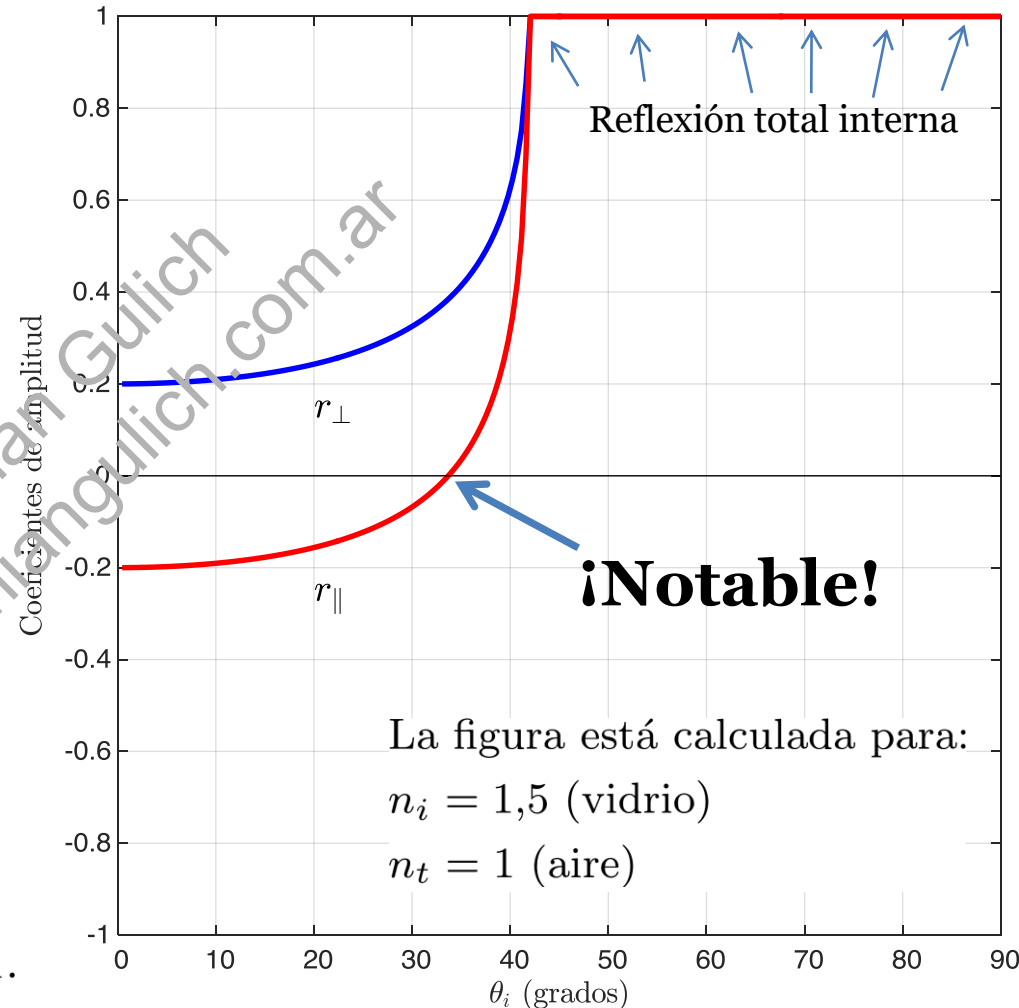
$= 0$ para $\theta_i = \theta'_B$

> 0 para $\theta_i > \theta'_B$

Además hay reflexión total interna para

$$\theta_i = \theta_c = \sin^{-1}(n_t/n_i)$$

*Para $\theta_i > \theta_c$ decimos que $r_{\perp}$ y $r_{\parallel}$ son 1.



Para los coeficientes de transmisión
siguen valiendo las ecuaciones anteriores.

Ley de Brewster

Cuando $\theta_i + \theta_t = \pi/2 \equiv 90^\circ$ la luz reflejada a $\theta_i = \theta_B$ está SÓLO polarizada **perpendicularmente** al plano de incidencia ($r_{\parallel} = 0$). Por Ley de Snell sabemos que $n_i \sin(\theta_i) = n_t \sin(\theta_t)$:

$$\Rightarrow \underline{n_i \sin(\theta_i)} = n_t \sin(\theta_t) = n_t \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_i\right) = \underline{n_t \cos(\theta_i)}$$

$$\Rightarrow \tan(\theta_B) = \frac{n_t}{n_i}$$

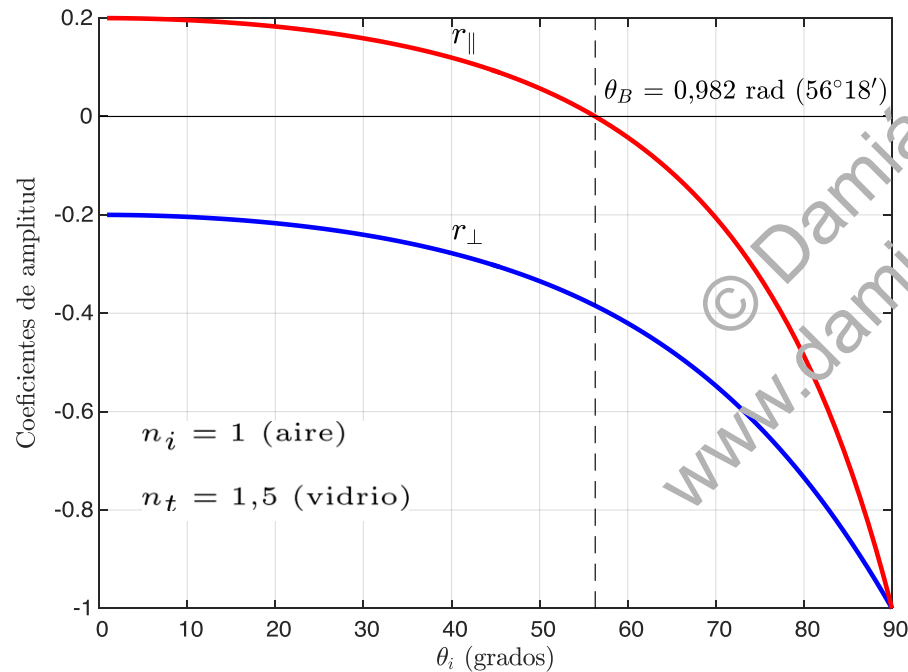
Los dos casos para incidencia aire/vidrio, vidrio/aire

Aire $\rightarrow$ vidrio ($n_i < n_t$):

$n_i = 1$ (aire)

$n_t = 1,5$ (vidrio)

$\Rightarrow \theta_B \simeq 0,982 \text{ rad} \equiv 56^\circ 18'$

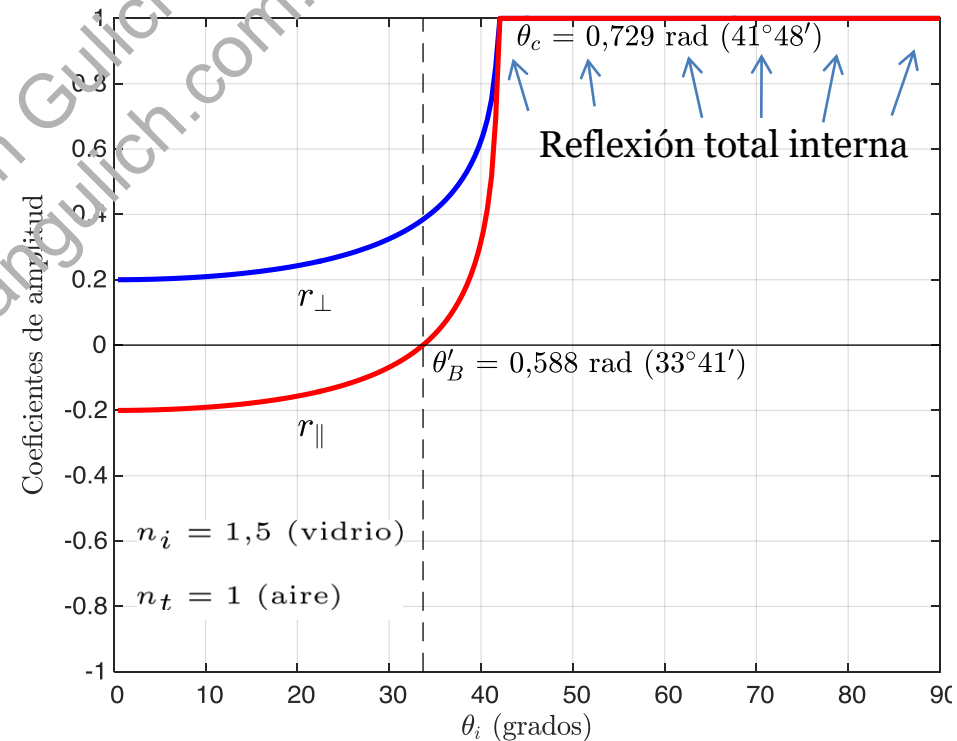


Vidrio $\rightarrow$ aire ($n_i > n_t$):

$n_i = 1,5$ (vidrio)

$n_t = 1$ (aire)

$\Rightarrow \theta'_B \simeq 0,588 \text{ rad} \equiv 33^\circ 41'$



Es posible demostrar que los ángulos de polarización para los dos casos son complementarios:

$$\theta_B + \theta'_B = \frac{\pi}{2}$$

Reflectancia y transmitancia

© Damían Gulich
www.damiangulich.com.ar

Reflectancia y transmitancia

En lugar de los cocientes de las amplitudes de campos (coeficientes de Fresnel para la reflexión y la transmisión) se considera el cociente entre la intensidad lumínica que llega a una interfase y la que se refleja o transmite respectivamente:

$$R = \frac{I_r}{I_i} \quad \text{Reflectancia}$$

$$T = \frac{I_t}{I_i} \quad \text{Transmitancia}$$

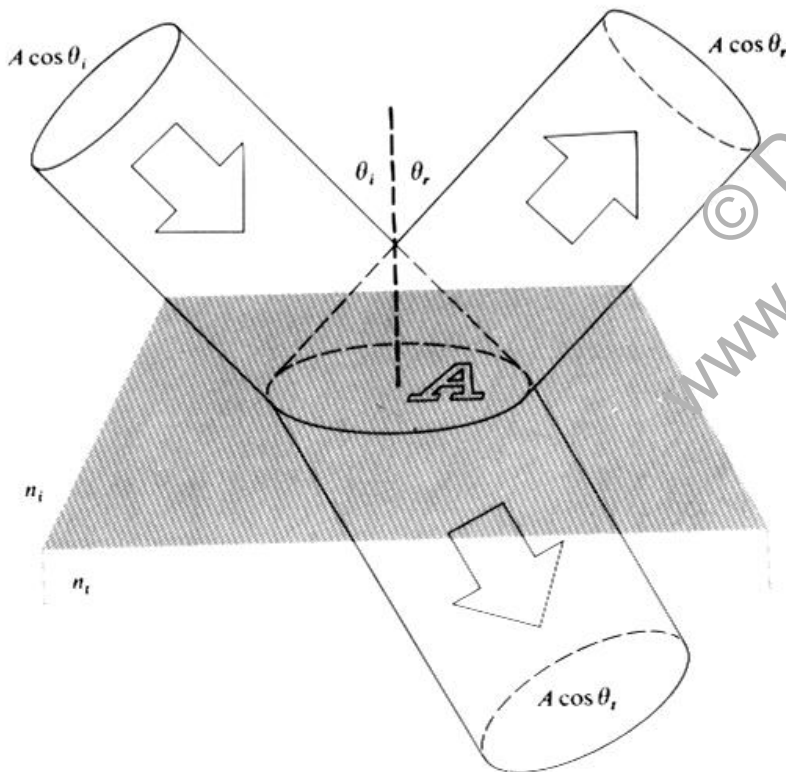
Es posible demostrar que $R + T = 1$

Reflectancia y transmitancia

Recordemos el vector de Poynting es la potencia por unidad de área que atraviesa una superficie cuya normal es paralela a él. En el vacío:

$$\vec{S} = c^2 \epsilon_0 \vec{E} \times \vec{B}$$

$$I = \langle \|\vec{S}\| \rangle = \langle \|\epsilon^2 \epsilon_0 \vec{E} \times \vec{B}\| \rangle = \frac{c^2 \epsilon_0}{2} E_0^2$$



Sean

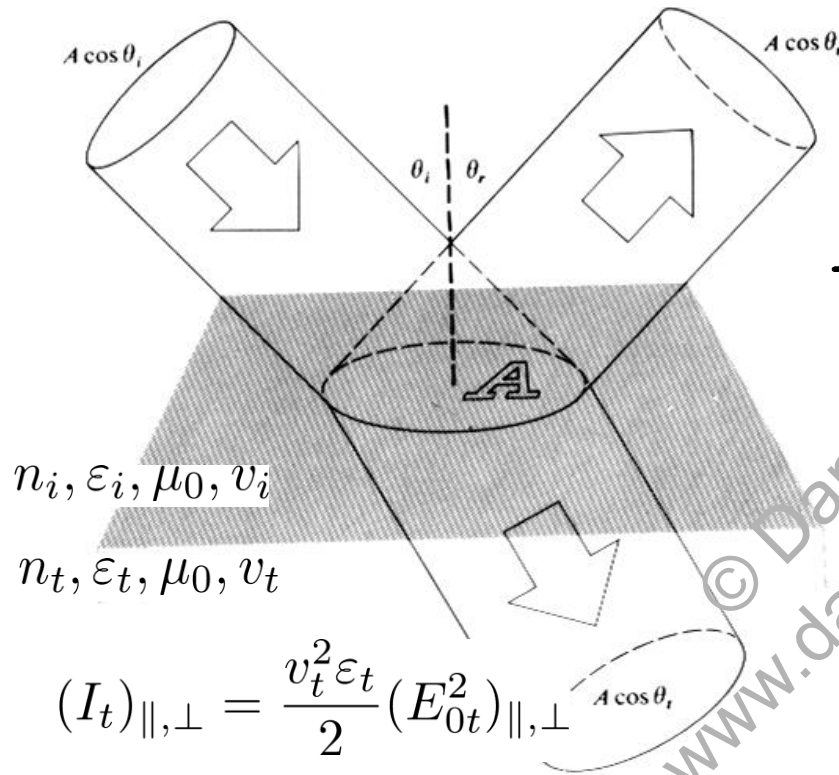
- I_i la intensidad incidente,
- I_r la intensidad reflejada,
- I_t la intensidad transmitida
- A una cierta área sobre la interfase

$A \cos(\theta_j)$ es el área transversal en la dirección de θ_j

Reflectancia y transmitancia

$$(I_i)_{\parallel,\perp} = \frac{v_i^2 \varepsilon_i}{2} (E_{0i}^2)_{\parallel,\perp} \quad (I_r)_{\parallel,\perp} = \frac{v_i^2 \varepsilon_i}{2} (E_{0r}^2)_{\parallel,\perp}$$

$$\mu_i = \mu_t = \mu_0$$



$$\left\{ \begin{aligned} (R)_{\parallel,\perp} &= \frac{(I_r)_{\parallel,\perp} A \cos(\theta_r = \theta_i)}{(I_i)_{\parallel,\perp} A \cos(\theta_i)} = \frac{(I_r)_{\parallel,\perp}}{(I_i)_{\parallel,\perp}} \\ (T)_{\parallel,\perp} &= \frac{(I_t)_{\parallel,\perp} A \cos(\theta_t)}{(I_i)_{\parallel,\perp} A \cos(\theta_i)} = \frac{(I_t)_{\parallel,\perp} \cos(\theta_t)}{(I_i)_{\parallel,\perp} \cos(\theta_i)} \end{aligned} \right.$$

$$(R)_{\parallel,\perp} = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}} \right)_{\parallel,\perp}^2 = r_{\parallel,\perp}^2$$

$$(T)_{\parallel,\perp} = \frac{n_t \cos(\theta_t)}{n_i \cos(\theta_i)} \left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}} \right)_{\parallel,\perp}^2 = \left(\frac{n_t \cos(\theta_t)}{n_i \cos(\theta_i)} \right) t_{\parallel,\perp}^2$$

Se puede probar que por conservación de la energía $(R)_{\parallel,\perp} + (T)_{\parallel,\perp} = 1$

Reflectancia y transmitancia cuando la incidencia es normal

Recordemos los coeficientes de Fresnel cuando $\theta_i = \theta_t = 0$ (incidencia normal)

$$-r_{\perp}(\theta_i = 0) = r_{\parallel}(\theta_i = 0) = \frac{n_t - n_i}{n_t + n_i} \quad t_{\perp}(\theta_i = 0) = t_{\parallel}(\theta_i = 0) = \frac{2n_i}{n_i + n_t}$$

$$(R)_{\parallel, \perp} = r_{\parallel, \perp}^2 = \left(\frac{n_t - n_i}{n_t + n_i} \right)^2$$

$$(T)_{\parallel, \perp} = \left(\frac{n_t}{n_i} \right)^2 t_{\parallel, \perp}^2 = \frac{4n_i n_t}{(n_i + n_t)^2}$$

Ejemplo: si $n_i = 1$ (aire) y $n_t = 1,5$ (vidrio) y $\theta_i = 0$:

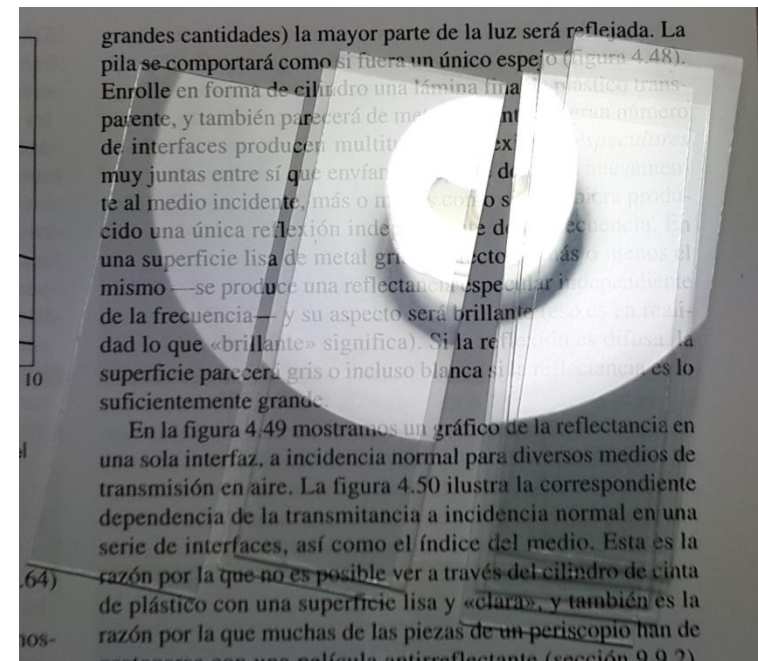
$$(R)_{\parallel, \perp} = 0,04 \equiv 4\%$$

$$(T)_{\parallel, \perp} = 0,96 \equiv 96\%$$

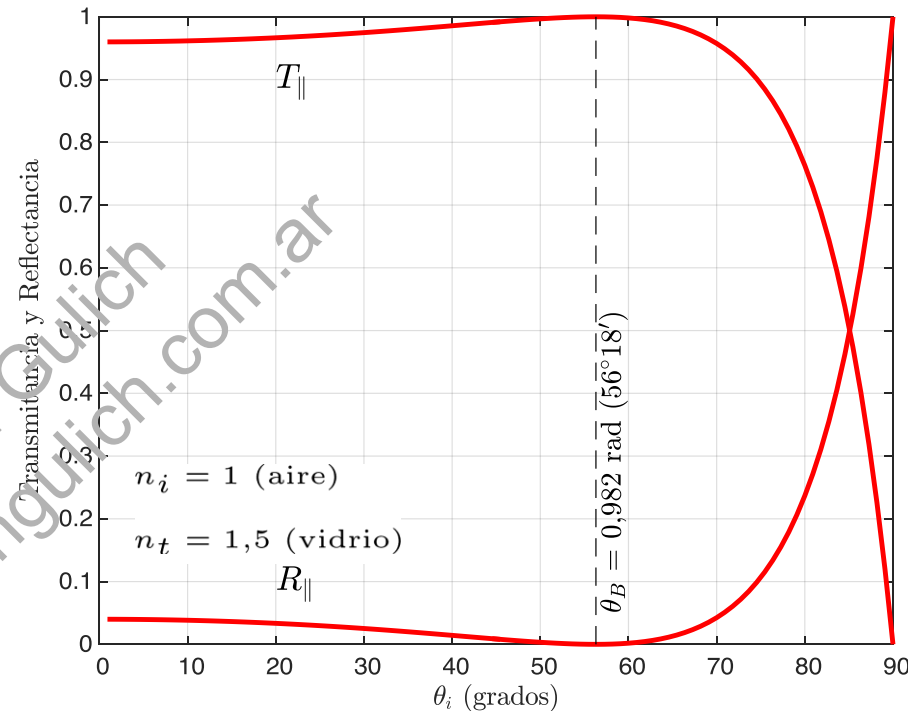
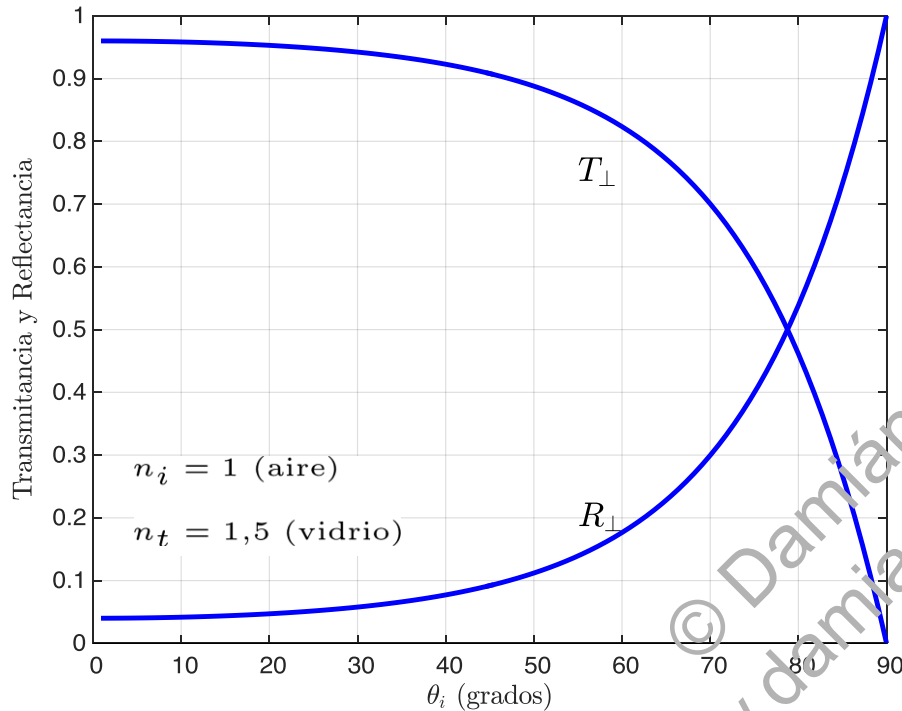
Estos valores son los mismos cualquiera sea la dirección en que viaje la luz.

Este 4% tiene gran importancia en el caso de muchas interfases aire/vidrio, por ejemplo el sistema de lentes en una cámara fotográfica.

En la foto mostramos pilas de distintos cantidades de portaobjetos directamente bajo una lámpara.



Reflectancia y transmitancia en función del ángulo para incidencia externa ($n_i < n_t$)



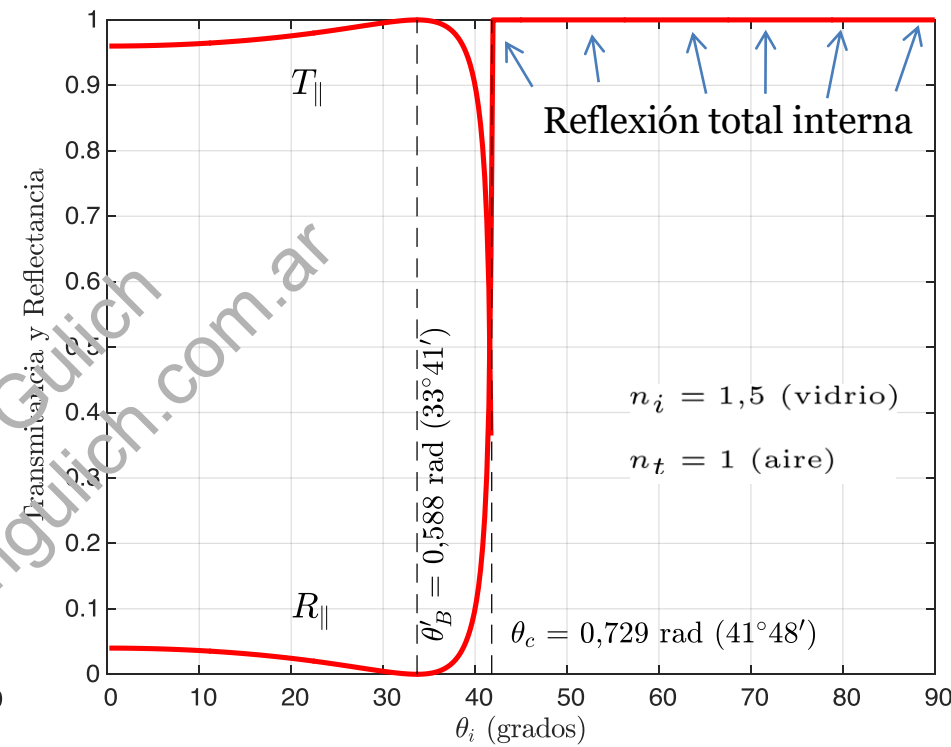
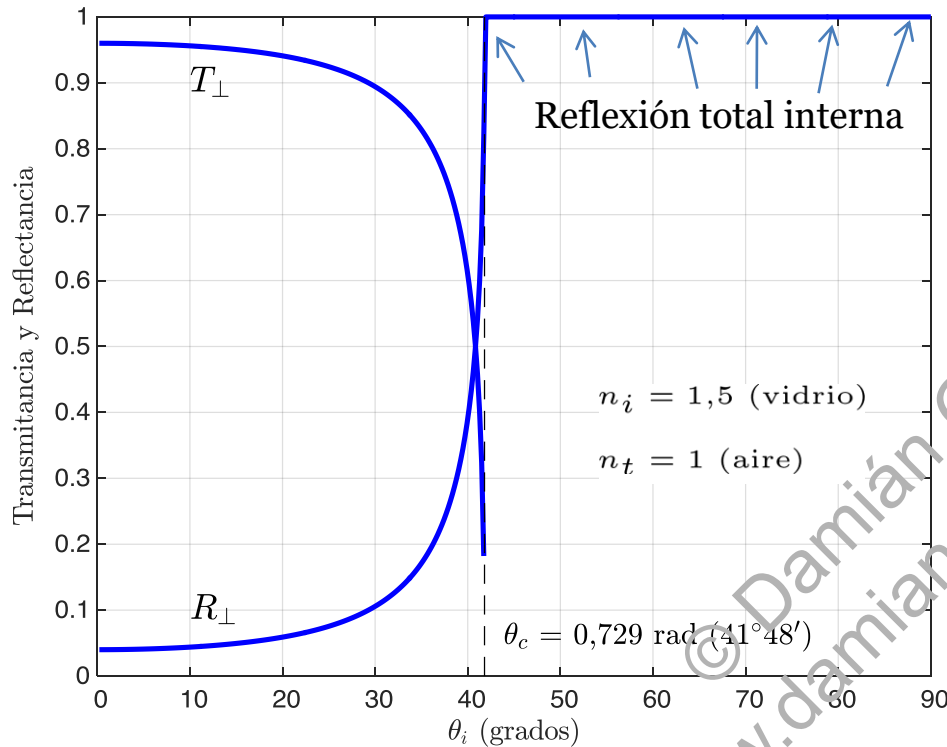
Nótese que $(R)_{\parallel}$ tienden a 1 cuando $\theta_i \simeq \pi/2$.

La interfase dieléctrica se comporta como un espejo para incidencia rasante como ya vimos.

$$(R)_{\parallel,\perp} + (T)_{\parallel,\perp} = 1$$

Se cumple el teorema de conservación de la energía: energía incidente debe ser igual a la suma de las energías reflejada y la transmitida.

Reflectancia y transmitancia en función del ángulo para incidencia interna ($n_i > n_t$)



Nótese que $(R)_{\parallel} = 1$ cuando $\theta_i > \theta_c$.

La interfase dieléctrica se comporta como un espejo para incidencia en esos ángulos como ya vimos.

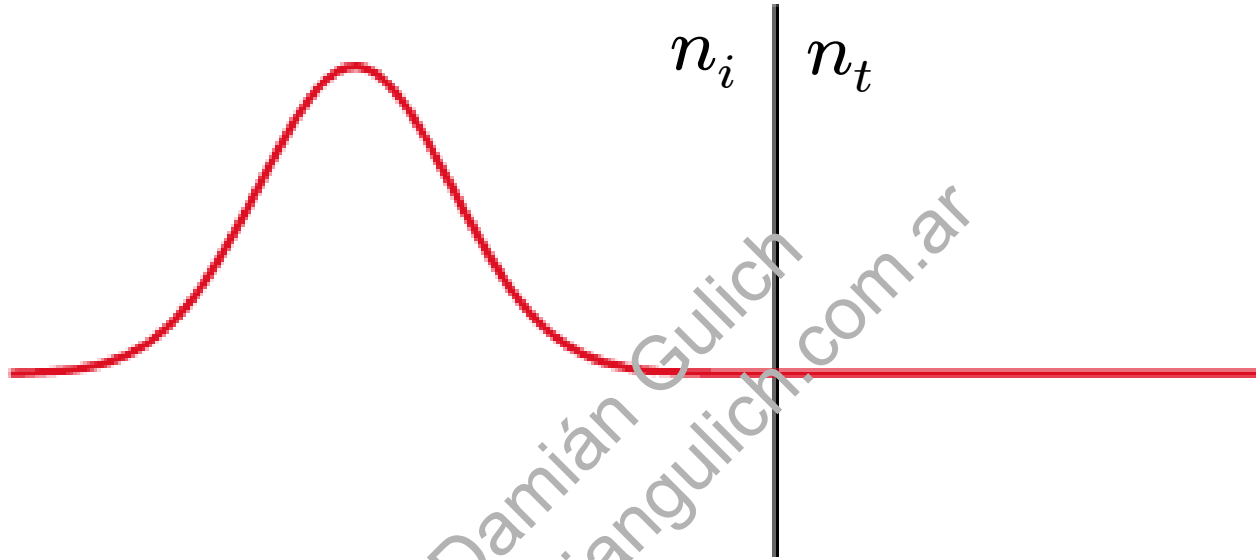
$$(R)_{\parallel, \perp} + (T)_{\parallel, \perp} = 1$$

Se cumple el teorema de conservación de la energía: energía incidente debe ser igual a la suma de las energías reflejada y la transmitida.

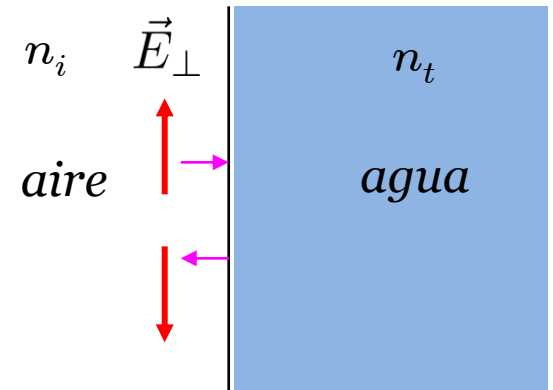
El cambio de fase

© Damían Gulich
www.damiangulich.com.ar

El comportamiento de una onda al pasar por una interfase ($n_i < n_t$)



Onda reflejada esta desfazada en 180 grados cuando $n_1 < n_2$



Análisis de la fase reflejada de $E_{\perp}$ con los coeficientes de Fresnel para incidencia externa ($n_i < n_t$)

$E_{\perp}$ es la amplitud del campo perpendicular al plano de incidencia.

$$r_{\perp} = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}} \right)_{\perp} = \frac{n_i \cos(\theta_i) - n_t \cos(\theta_t)}{n_i \cos(\theta_i) + n_t \cos(\theta_t)} < 0 \quad \forall \theta_i$$

Que $r_{\perp} < 0$ siempre implica que $(\vec{E}_{0r})_{\perp}$ apunta *al revés* que $(\vec{E}_{0i})_{\perp}$.

Esto significa que hay una

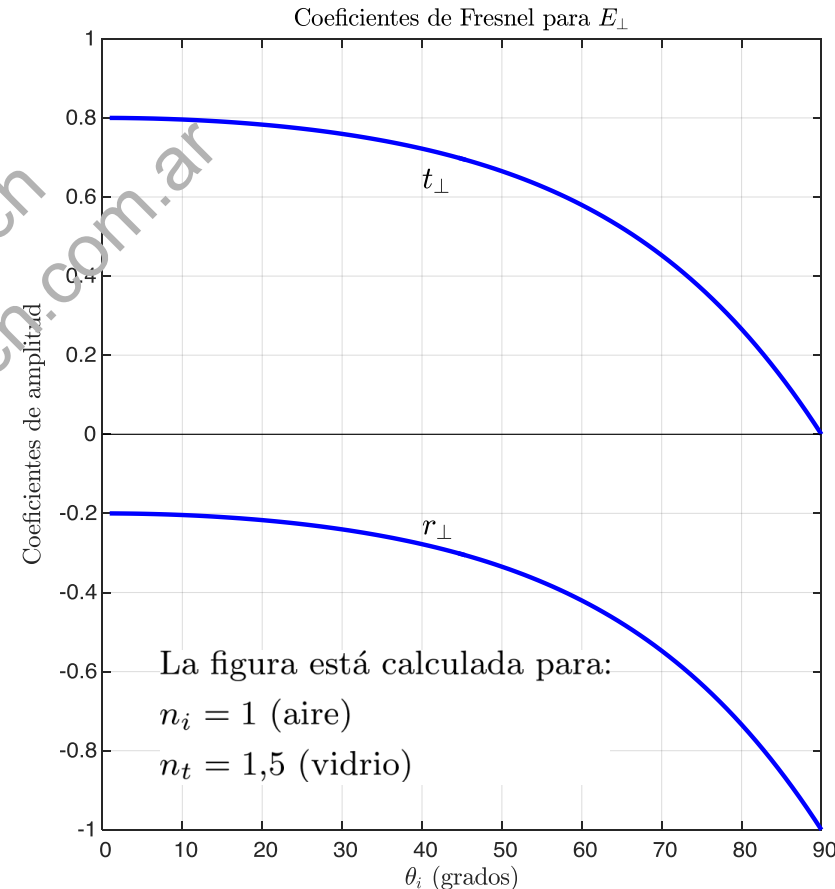
inversión de fase $\Delta\phi = \pi$ (rad) para la amplitud $(E_{0r})_{\perp}$ respecto de $(E_{0i})_{\perp}$.

$$t_{\perp} = \left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}} \right)_{\perp} = \frac{2 n_i \cos(\theta_i)}{n_i \cos(\theta_i) + n_t \cos(\theta_t)} > 0 \quad \forall \theta_i$$

Que $t_{\perp} > 0$ siempre implica que $(\vec{E}_{0t})_{\perp}$ apunta *igual* que $(\vec{E}_{0i})_{\perp}$.

Esto significa que $(E_{0t})_{\perp}$ **está en fase** con la amplitud de $(E_{0i})_{\perp}$ ($\Delta\phi = 0$).

La componente del campo eléctrico perpendicular al plano de incidencia sufre un cambio de fase de π rad (180°) cuando $n_i < n_t$.



Análisis de la fase reflejada de $E_{\perp}$ con los coeficientes de Fresnel para incidencia interna ($n_i > n_t$)

$E_{\perp}$ es la amplitud del campo perpendicular al plano de incidencia.

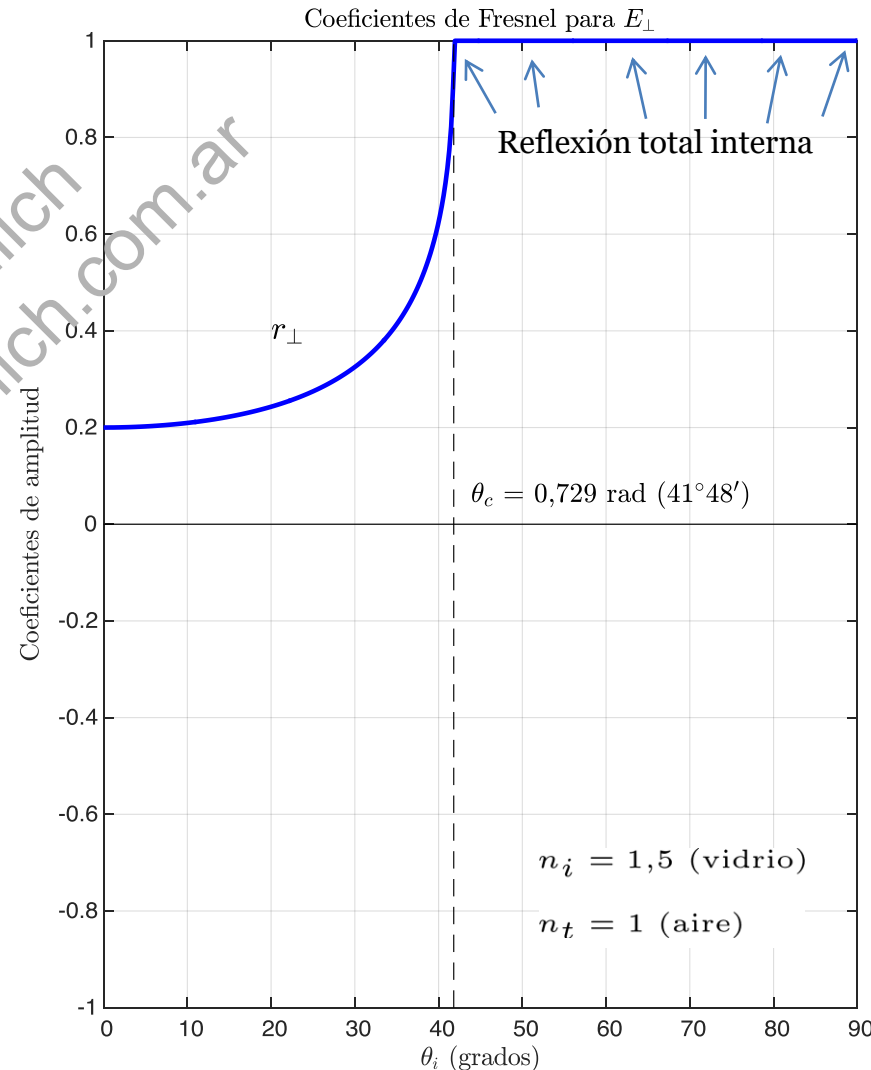
$$r_{\perp} = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}} \right)_{\perp} = \frac{n_i \cos(\theta_i) - n_t \cos(\theta_t)}{n_i \cos(\theta_i) + n_t \cos(\theta_t)} > 0 \quad \forall \theta_i$$

Nótese que $t_{\perp} = 1 \quad \forall \theta_i > \theta_c$ siempre, implica que $(\vec{E}_{0t})_{\perp}$ apunta *igual* que $(\vec{E}_{0i})_{\perp}$. Esto significa que en ese rango $(E_{0t})_{\perp}$ **está en fase** con la amplitud de $(E_{0i})_{\perp}$ ($\Delta\phi = 0$).

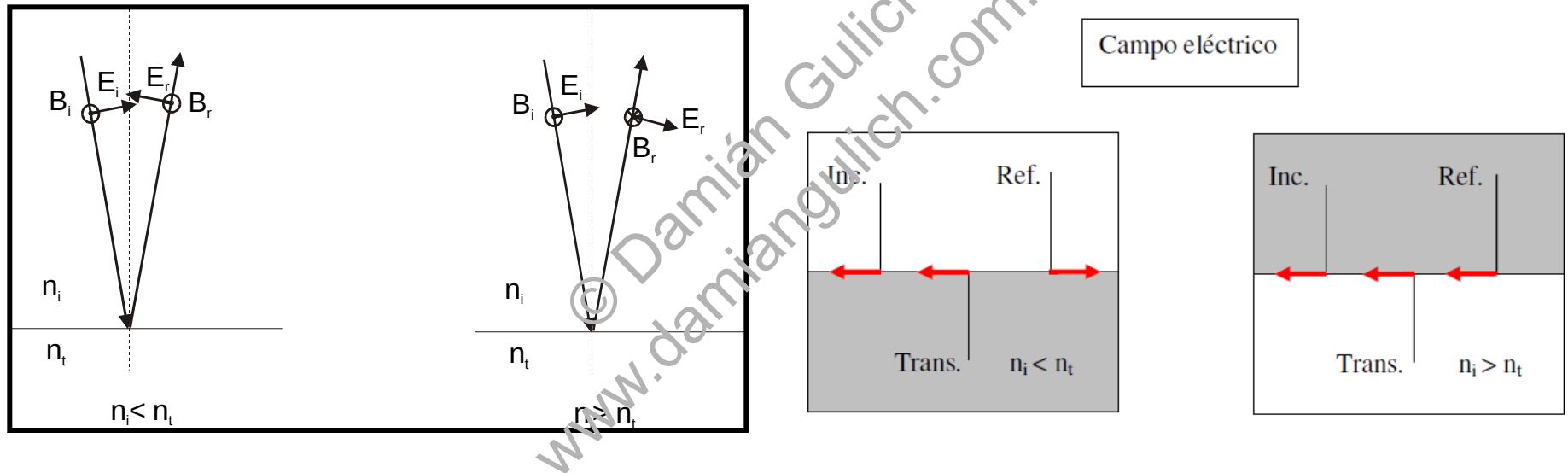
$$t_{\perp} = \left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}} \right)_{\perp} = \frac{2 n_i \cos(\theta_i)}{n_i \cos(\theta_i) + n_t \cos(\theta_t)} > 0 \quad \forall \theta_i$$

Que $t_{\perp} > 0$ siempre implica que $(\vec{E}_{0t})_{\perp}$ apunta *igual* que $(\vec{E}_{0i})_{\perp}$. Esto significa que $(E_{0t})_{\perp}$ **está en fase** con la amplitud de $(E_{0i})_{\perp}$ ($\Delta\phi = 0$).

Tarea: trazar la curva de $t_{\perp}$.
¿Tienen sentido esos valores?



En resumen, **la componente del campo eléctrico normal al plano de incidencia** sufre un corrimiento de fase de π radianes bajo reflexión cuando el medio incidente tiene un índice menor que el medio transmisor



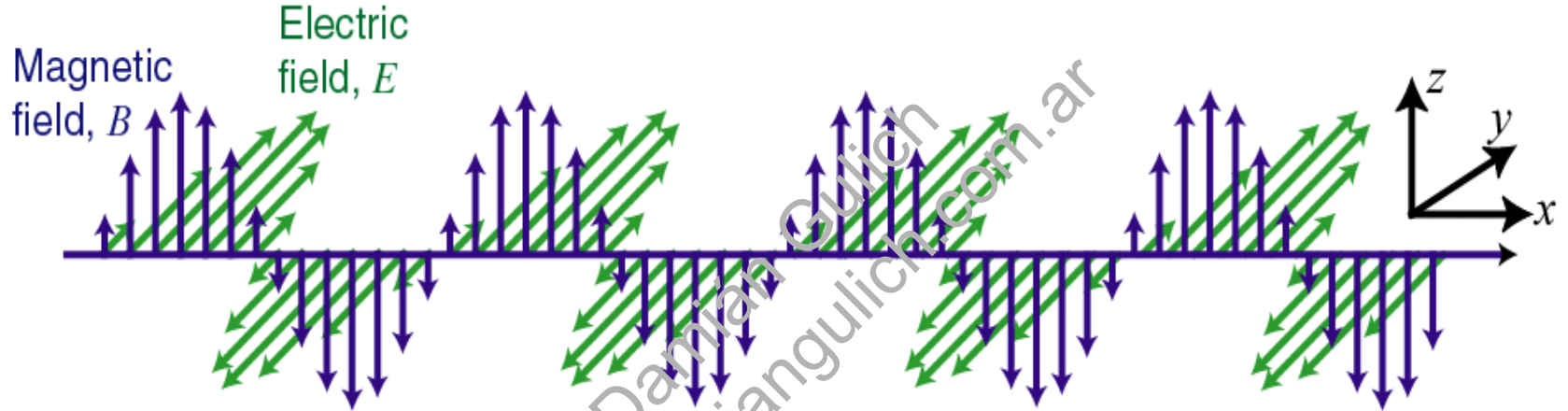
Cuando un par de campos eléctricos están el fase sus campos magnéticos asociados también lo están

Polarización

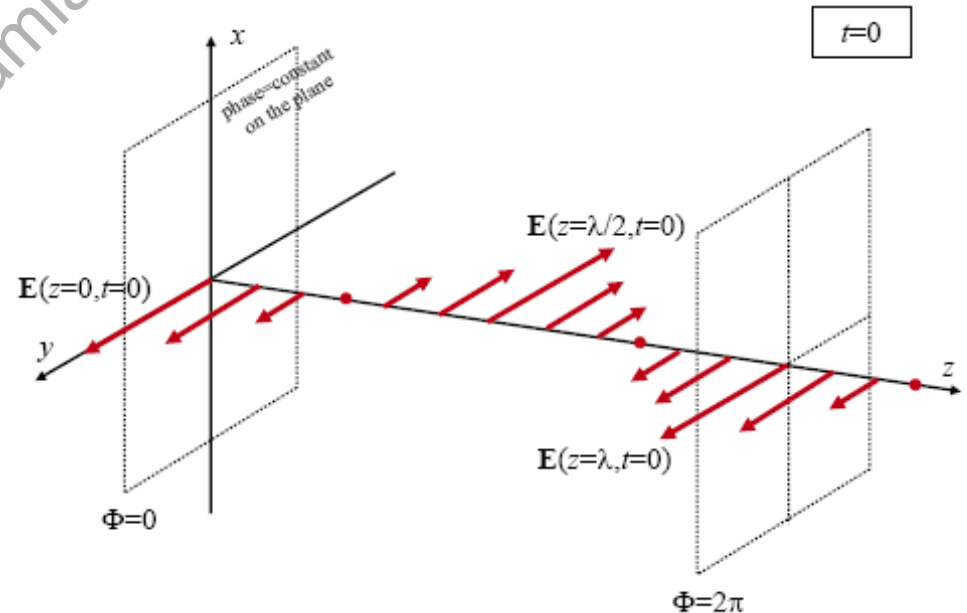
© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

Polarización de una onda electromagnética

La luz es una onda electromagnética. Como hemos visto, las ondas EM son transversales, con los campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$ perpendiculares y $\vec{E} \times \vec{B}$ coincide con la dirección de propagación.



La polarización esta relacionada con la dirección de oscilación del campo eléctrico.





Advertencia trigonométrica

$$\cos(A \pm B) = \cos(A)\cos(B) \mp \sin(A)\sin(B)$$

© Damían Gulich
www.damiangulich.com.ar

Descripción general del campo $\vec{E}$

Describamos una onda plana que se propaga en la dirección $+z$ ($\vec{k} \cdot \vec{r} = kz$).
Describiremos $\vec{E}(z, t)$ ya que ya vimos que $\vec{B}$ queda totalmente determinada.
Si la propagación es según $+z$, en general $\vec{E}$ puede tener componentes sobre x e y :

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_x(z, t) + \vec{E}_y(z, t)$$

donde:

$$\begin{cases} \vec{E}_x(z, t) = E_{0x} \cos(kz - \omega t) \check{i} \\ \vec{E}_y(z, t) = E_{0y} \cos(kz - \omega t + \epsilon) \check{j} \end{cases}$$

ϵ es la diferencia de fase entre las componentes.

Cada componente cumple con la Ecuación de Onda.

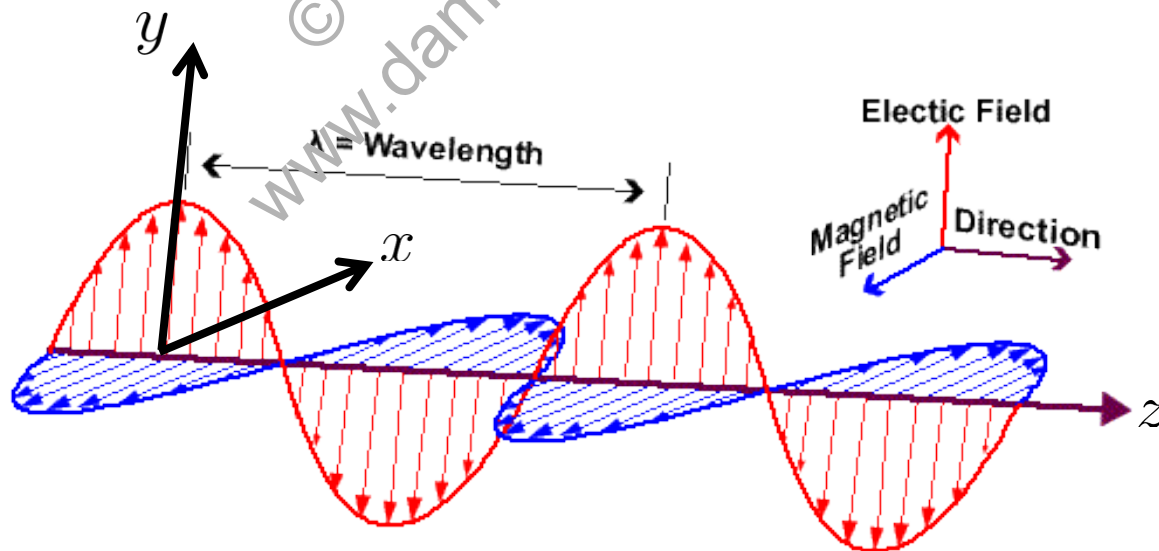
Tomamos como referencia a $\vec{E}_x$ y modificaremos la fase relativa de $\vec{E}_y$.

Luz linealmente polarizada

El caso más sencillo es si la amplitud en la dirección x es cero ($E_{ox} = 0$), queda únicamente la componente en la dirección y (vertical). En este caso decimos que la onda está *linealmente polarizada*.

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_x(z, t) + \vec{E}_y(z, t)$$

donde $\left\{ \begin{array}{l} \vec{E}_x(z, t) = 0 \checkmark \\ \vec{E}_y(z, t) = E_{0y} \cos(kz - \omega t + \epsilon) \checkmark \end{array} \right.$



Luz linealmente polarizada (I)

Si la diferencia de fase es $\epsilon = \pm 2m\pi$ ($m = 0, 1, 2, \dots$):

$$\Rightarrow \cos(kz - \omega t + \epsilon) = \cos(kz - \omega t)$$

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_x(z, t) + \vec{E}_y(z, t)$$

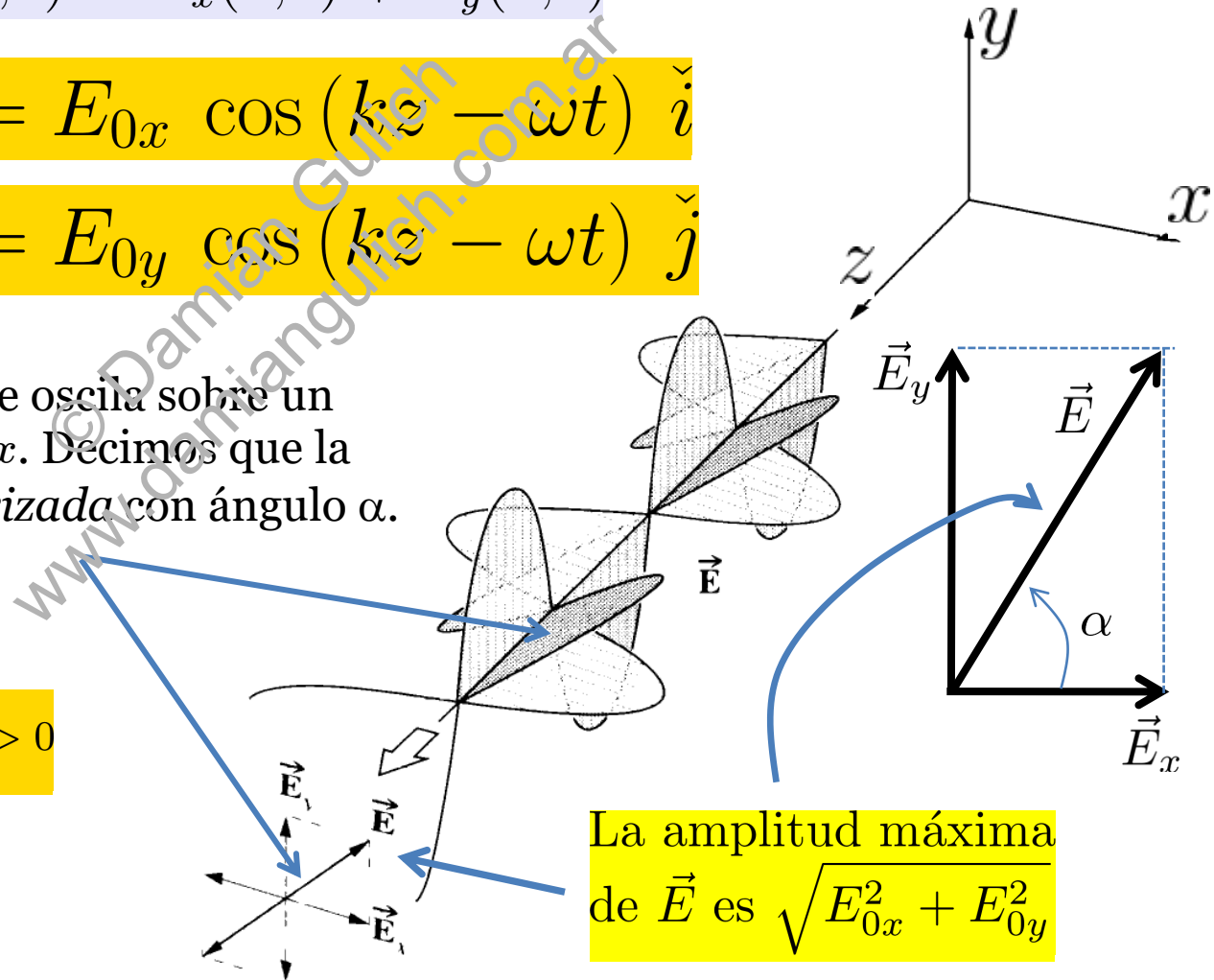
donde $\left\{ \begin{array}{l} \vec{E}_x(z, t) = E_{0x} \cos(kz - \omega t) \vec{i} \\ \vec{E}_y(z, t) = E_{0y} \cos(kz - \omega t) \vec{j} \end{array} \right.$

El campo eléctrico resultante oscila sobre un plano a un ángulo α del eje x . Decimos que la onda está *linealmente polarizada* con ángulo α .

$$\tan(\alpha) = \frac{E_y(z, t)}{E_x(z, t)}$$

$$= \frac{E_{0y} \cos(\dots)}{E_{0x} \cos(\dots)} = \frac{E_{0y}}{E_{0x}} > 0$$

$$\Rightarrow \alpha > 0$$



Luz linealmente polarizada (II)

Si la diferencia de fase es $\epsilon = \pm(2m + 1)\pi$ ($m = 0, 1, 2, \dots$):

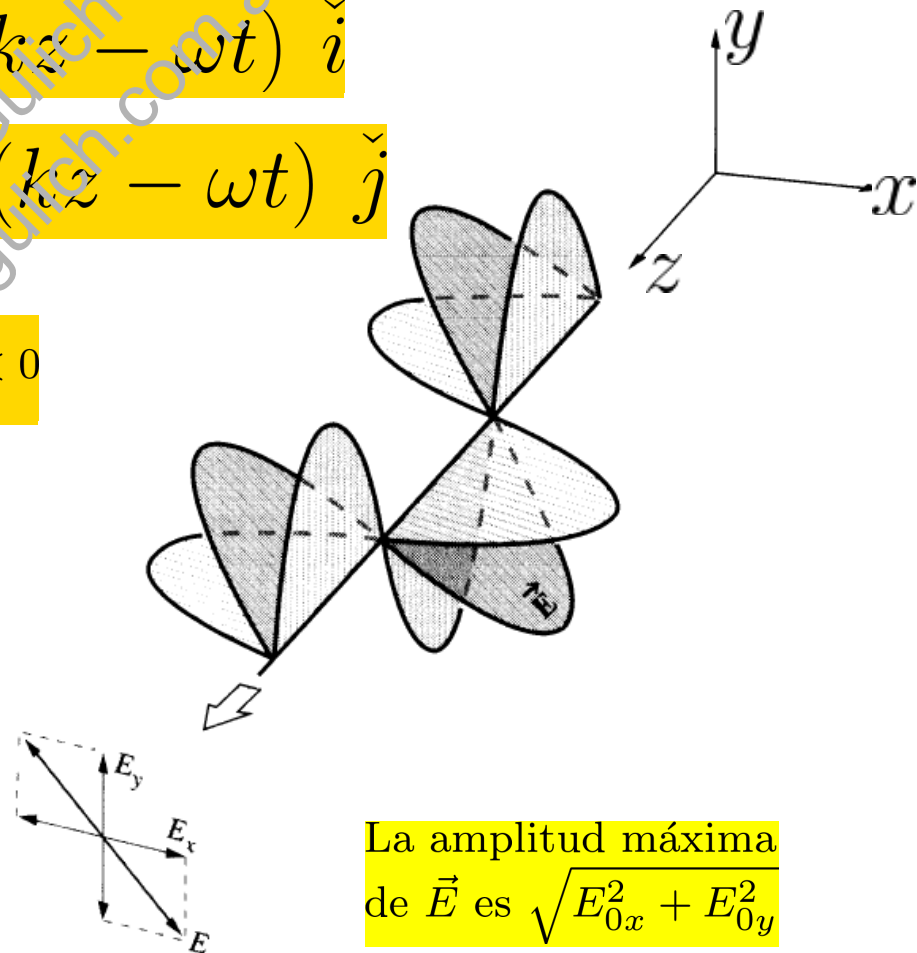
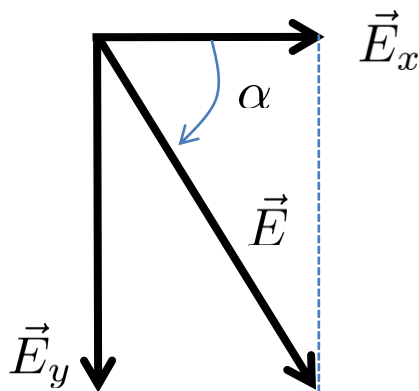
$$\Rightarrow \cos(kz - \omega t + \epsilon) = -\cos(kz - \omega t)$$

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_x(z, t) + \vec{E}_y(z, t)$$

donde $\left\{ \begin{array}{l} \vec{E}_x(z, t) = E_{0x} \cos(kz - \omega t) \hat{i} \\ \vec{E}_y(z, t) = -E_{0y} \cos(kz - \omega t) \hat{j} \end{array} \right.$

$$\tan(\alpha) = \frac{E_y(z, t)}{E_x(z, t)} = \frac{-E_{0y} \cos(\dots)}{E_{0x} \cos(\dots)} = -\frac{E_{0y}}{E_{0x}} < 0$$

$$\Rightarrow \alpha < 0$$



La amplitud máxima de $\vec{E}$ es $\sqrt{E_{0x}^2 + E_{0y}^2}$

Polarización circular (a derecha)

Si las amplitudes son iguales ($E_{0x} = E_{0y} = E_0$) y la diferencia de fase es $\epsilon = (\pm 2m - \frac{1}{2})\pi$ ($m = 0, 1, 2, \dots$):

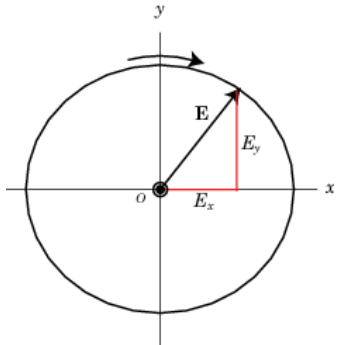
$$\Rightarrow \cos(kz - \omega t + \epsilon) = \sin(kz - \omega t)$$

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_x(z, t) + \vec{E}_y(z, t)$$

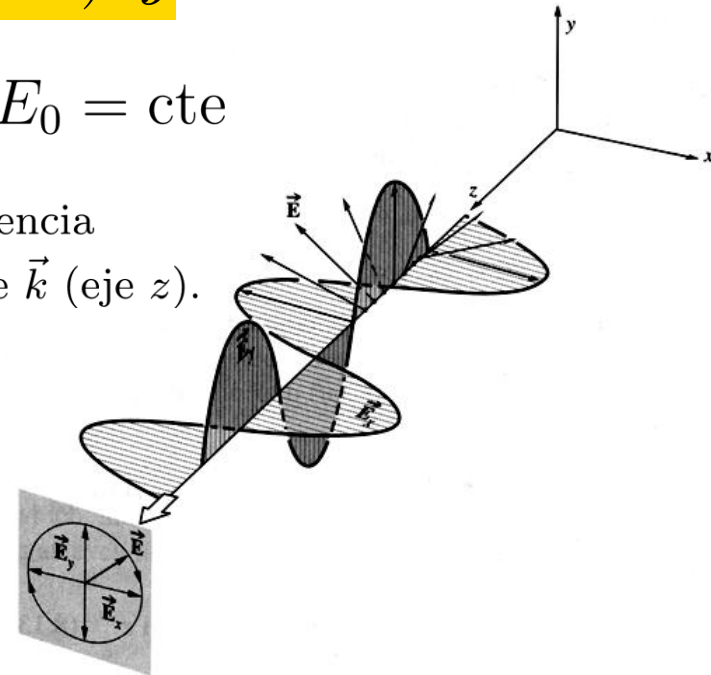
donde $\left\{ \begin{array}{l} \vec{E}_x(z, t) = E_0 \cos(kz - \omega t) \hat{i} \\ \vec{E}_y(z, t) = E_0 \sin(kz - \omega t) \hat{j} \end{array} \right.$

$$\|\vec{E}\| = \sqrt{[E_0 \cos(\dots)]^2 + [E_0 \sin(\dots)]^2} = E_0 = \text{cte}$$

El campo resultante $\vec{E}(z, t)$ **gira** describiendo una circunferencia de radio E_0 con velocidad angular ω a derecha alrededor de $\vec{k}$ (eje z).



Como el giro visto desde z es hacia la derecha, se dice que la polarización es *circular a derecha*.



Polarización circular (a izquierda)

Si las amplitudes son iguales ($E_{0x} = E_{0y} = E_0$) y la diferencia de fase es $\epsilon = (\pm 2m + \frac{1}{2})\pi$ ($m = 0, 1, 2, \dots$):

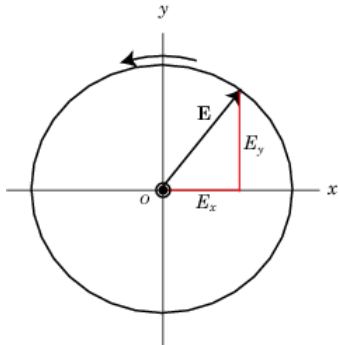
$$\Rightarrow \cos(kz - \omega t + \epsilon) = -\text{sen}(kz - \omega t)$$

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_x(z, t) + \vec{E}_y(z, t)$$

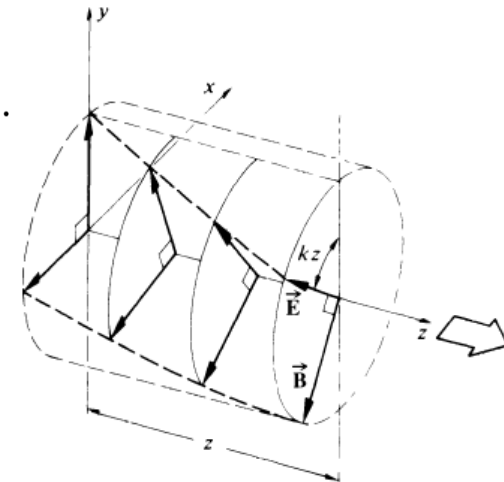
donde $\left\{ \begin{array}{l} \vec{E}_x(z, t) = E_0 \cos(kz - \omega t) \vec{i} \\ \vec{E}_y(z, t) = -E_0 \text{sen}(kz - \omega t) \vec{j} \end{array} \right.$

$$\|\vec{E}\| = \sqrt{[E_0 \cos(\dots)]^2 + [-E_0 \text{sen}(\dots)]^2} = E_0 = \text{cte}$$

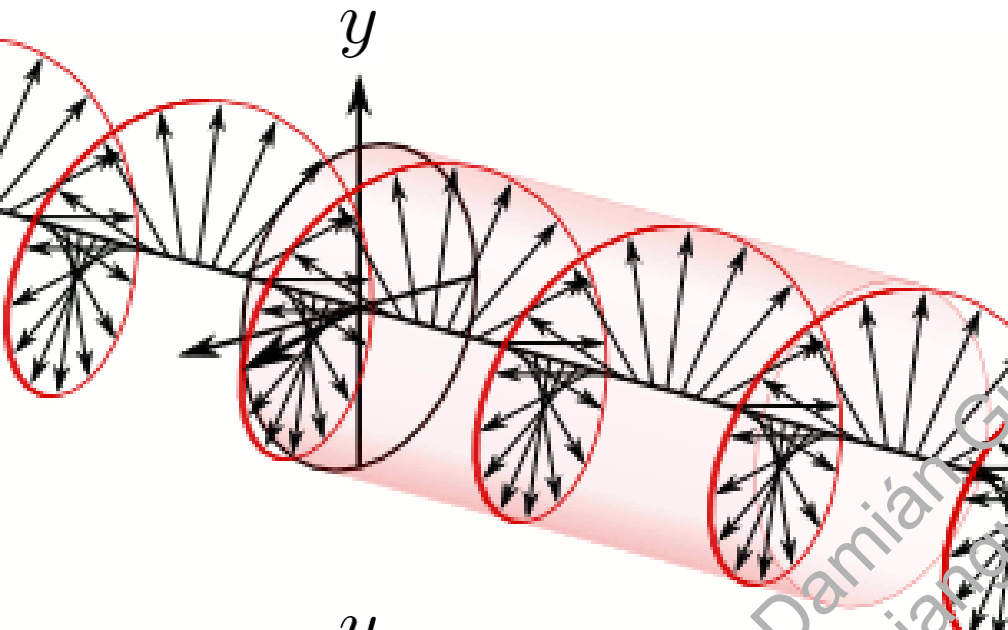
El campo resultante $\vec{E}(z, t)$ **gira** describiendo una circunferencia de radio E_0 con velocidad angular ω a izquierda alrededor de $\vec{k}$ (eje z).



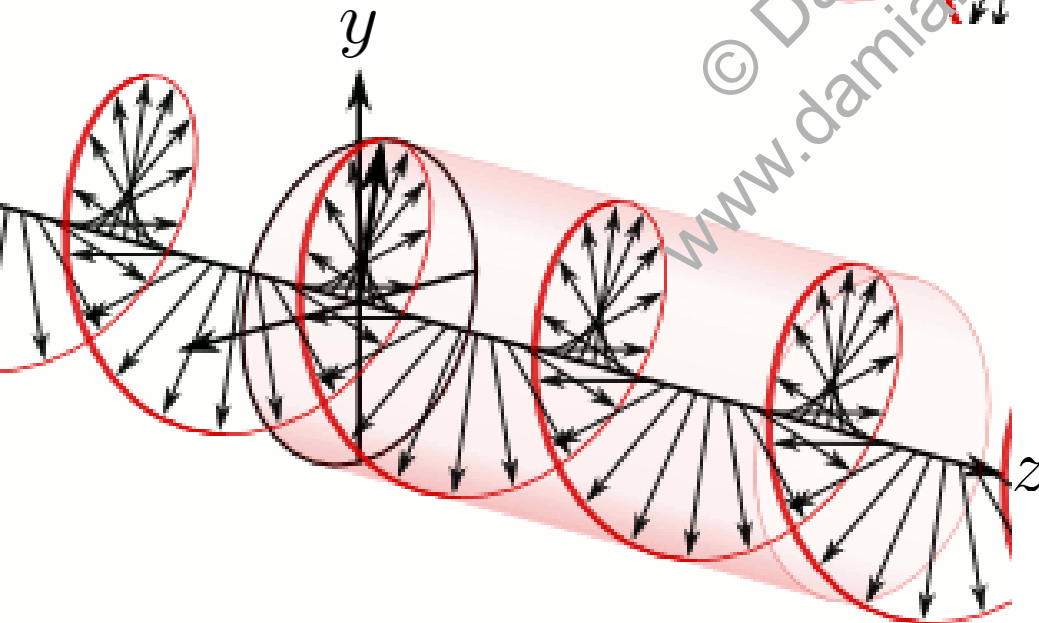
Como el giro visto desde z es hacia la izquierda, se dice que la polarización es *circular a izquierda*.



Polarización circular (ambos casos)



Polarización circular
a izquierda



Polarización circular
a derecha

Polarización elíptica sobre los ejes (a derecha)

Si las amplitudes son distintas ($E_{0x} \neq E_{0y}$) y la diferencia de fase es $\epsilon = (\pm 2m - \frac{1}{2})\pi$ ($m = 0, 1, 2, \dots$):

$$\Rightarrow \cos(kz - \omega t + \epsilon) = \sin(kz - \omega t)$$

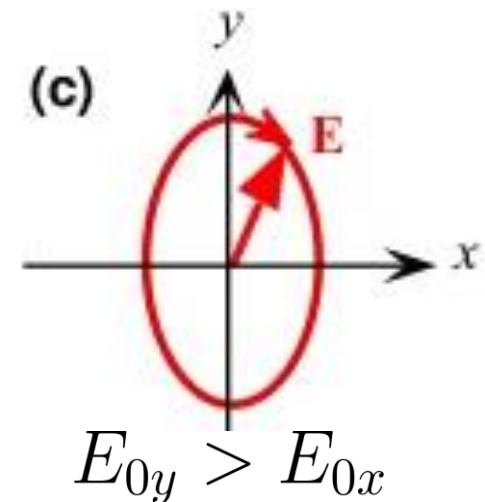
$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_x(z, t) + \vec{E}_y(z, t)$$

donde $\left\{ \begin{array}{l} \vec{E}_x(z, t) = E_{0x} \cos(kz - \omega t) \hat{i} \\ \vec{E}_y(z, t) = E_{0y} \sin(kz - \omega t) \hat{j} \end{array} \right.$

$$\Rightarrow \left(\frac{E_x}{E_{0x}} \right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}} \right)^2 = 1 \quad \begin{array}{l} \text{Ecuación de una elipse} \\ \text{sobre los ejes} \\ \text{cartesianos} \end{array}$$

El campo resultante $\vec{E}(z, t)$ **gira** describiendo una **elipse** sobre los ejes, con semiejes E_{0x} y E_{0y} .

Nótese que la polarización circular es un caso especial de la elíptica.



Polarización elíptica general (a derecha)

Si las amplitudes son distintas ($E_{0x} \neq E_{0y}$) y la diferencia de fase es $\epsilon \neq 0, \pi/2, \pi$ (o múltiplos enteros de esos valores):

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_x(z, t) + \vec{E}_y(z, t)$$

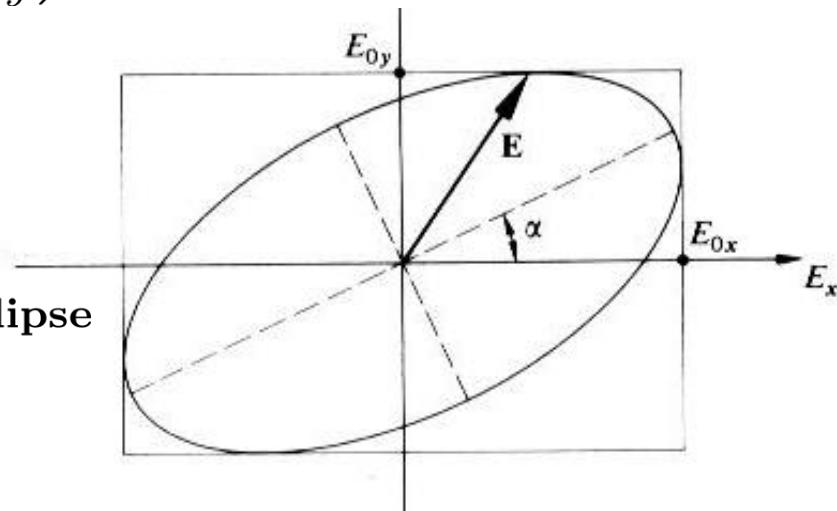
donde $\left\{ \begin{array}{l} \vec{E}_x(z, t) = E_{0x} \cos(kz - \omega t) \check{i} \\ \vec{E}_y(z, t) = E_{0y} \cos(kz - \omega t + \epsilon) \check{j} \end{array} \right.$

Se puede demostrar que estos campos cumplen la ecuación de una elipse rotada

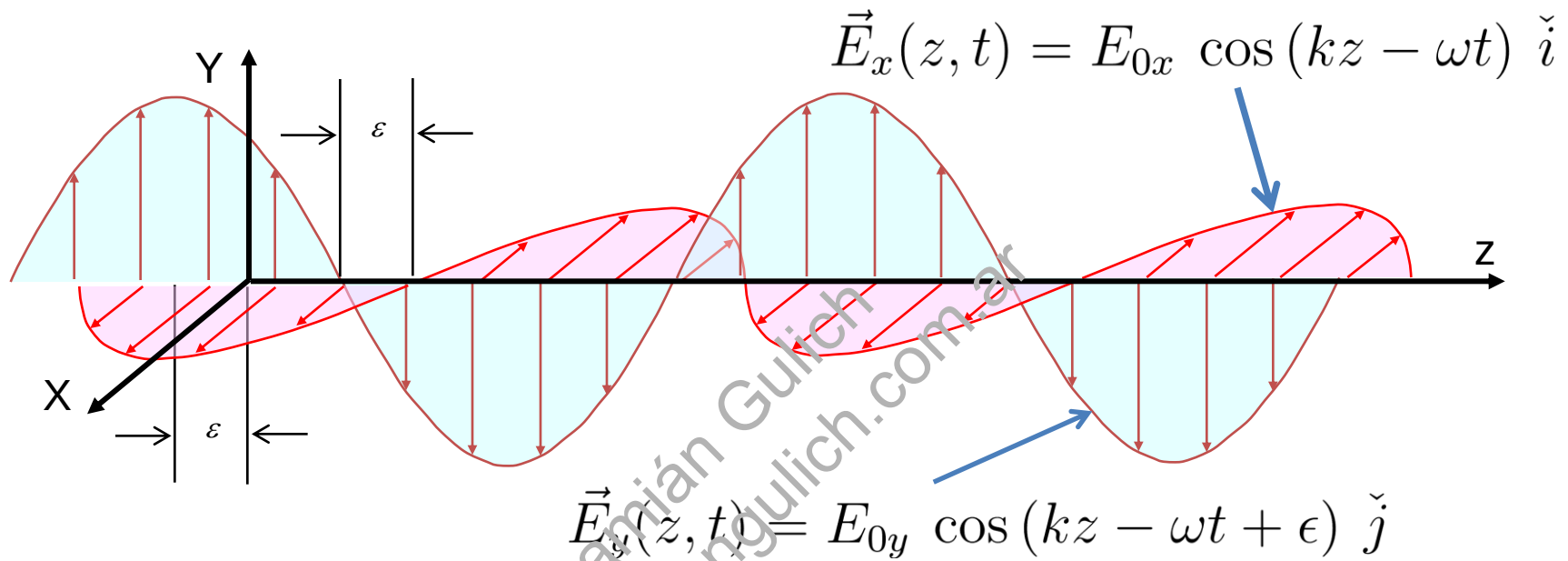
$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}} \right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}} \right)^2 - 2 \left(\frac{E_x}{E_{0x}} \right) \left(\frac{E_y}{E_{0y}} \right) \cos(\epsilon) = \sin^2(\epsilon)$$

$$\tan(2\alpha) = \frac{2 E_{0x} E_{0y}}{E_{0x}^2 - E_{0y}^2} \cos(\epsilon)$$

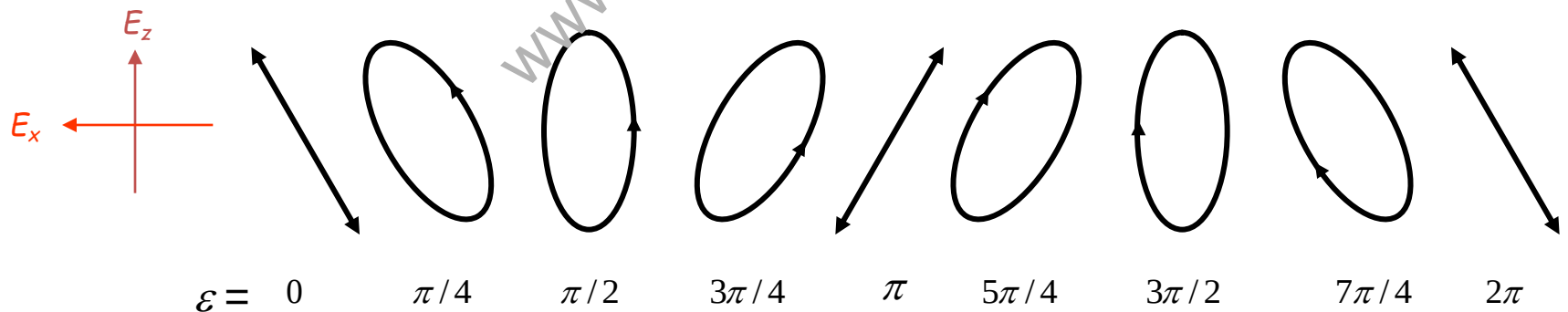
El campo resultante $\vec{E}(z, t)$ **gira** describiendo una **elipse** rotada un ángulo α , con semiejes E_{0x} y E_{0y} .



Polarización elíptica general



Trayectoria descrita por el extremo del vector campo eléctrico a medida que avanza la onda



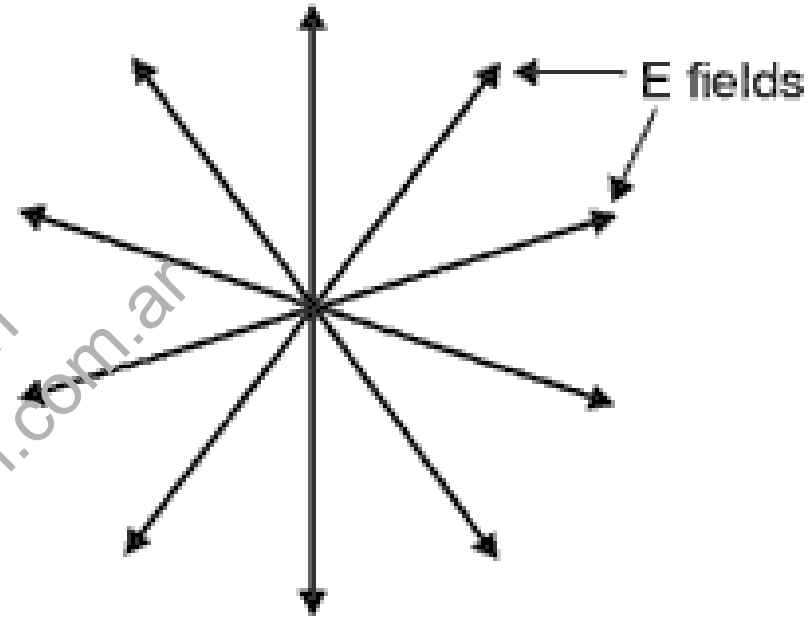
Nótese que las polarizaciones lineal y circular son casos particulares de la elíptica.

La luz natural

La luz que nos llega del sol o de una lámpara incandescente no privilegia ninguna dirección del plano perpendicular a la dirección de propagación, por lo tanto el campo rota constantemente en cualquier dirección. Decimos que es luz “no polarizada”.

Una fuente de luz ordinaria consiste de un número muy grande de emisores atómicos orientados al azar. Cada átomo excitado emite un tren de onda polarizado durante unos 10^{-8} s. Todas emisiones de distintas frecuencias se pueden combinar para formar una onda polarizada que no persiste más que ese tiempo.

Si los cambios de estado de polarización tienen lugar tan rápido que es imposible distinguir cualquier estado de polarización resultante, decimos que la onda es **luz natural** (o *luz polarizada al azar*).



La luz natural

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_x(z, t) + \vec{E}_y(z, t)$$

Los estados de polarización varían rápidamente en el tiempo en la luz natural. Cuando las fases de las componentes x e y fluctúan de esa forma, se dice a veces que la luz es *no polarizada*. Matemáticamente, la luz natural se puede representar por dos ondas arbitrarias de igual amplitud, linealmente polarizadas, que son ortogonales e incoherentes entre sí, donde su *diferencia de fase relativa varía rápidamente y al azar*:

$$\text{donde} \left\{ \begin{array}{l} \vec{E}_x(z, t) = E_{0x} \cos [kz - \omega t - \theta_x(t)] \check{i} \\ \vec{E}_y(z, t) = E_{0y} \cos [kz - \omega t + \theta_y(t)] \check{j} \end{array} \right.$$

donde $\theta_x(t)$ y $\theta_y(t)$ son las fases.

Si la fase relativa que varia temporalmente fluctúa, $\theta_x(t) - \theta_y(t)$, la luz no mantiene un único estado de polarización y de allí que se denomine no polarizada.

Obtención de luz polarizada

Discutiremos dos posibilidades para obtener luz polarizada:

1. Dicroísmo (absorción selectiva)
2. Reflexión (Ley Brewster)

También existen otras formas:

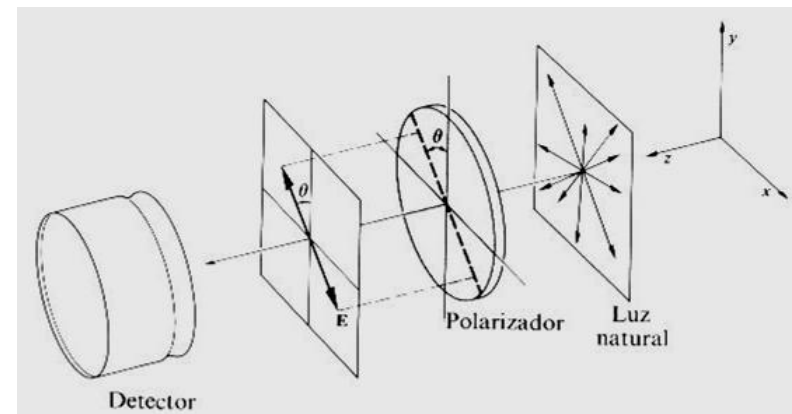
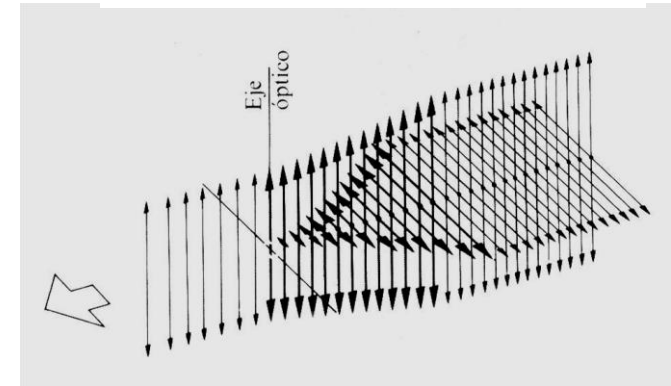
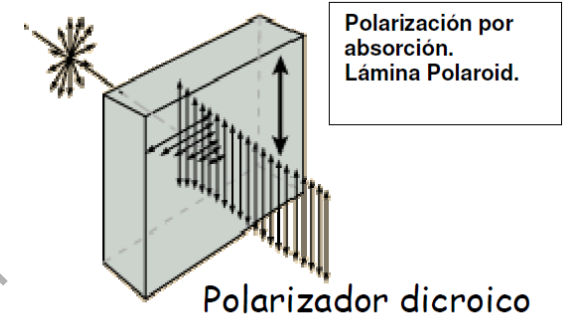
- Dispersión (scattering)
- Birrefringencia (doble refracción)

1. Dicroísmo (absorción selectiva)

Hay una absorción selectiva de una de las componentes del campo E incidente. Son medios *anisotrópicos* con asimetrías en su red cristalina que producen absorción preferencial en un eje (*eje óptico*).
Producen *polarización LINEAL*.

Ejemplos de medios dicróicos:

- turmalina (silicatos de boro),
- polaroids (Lamb, 1928).



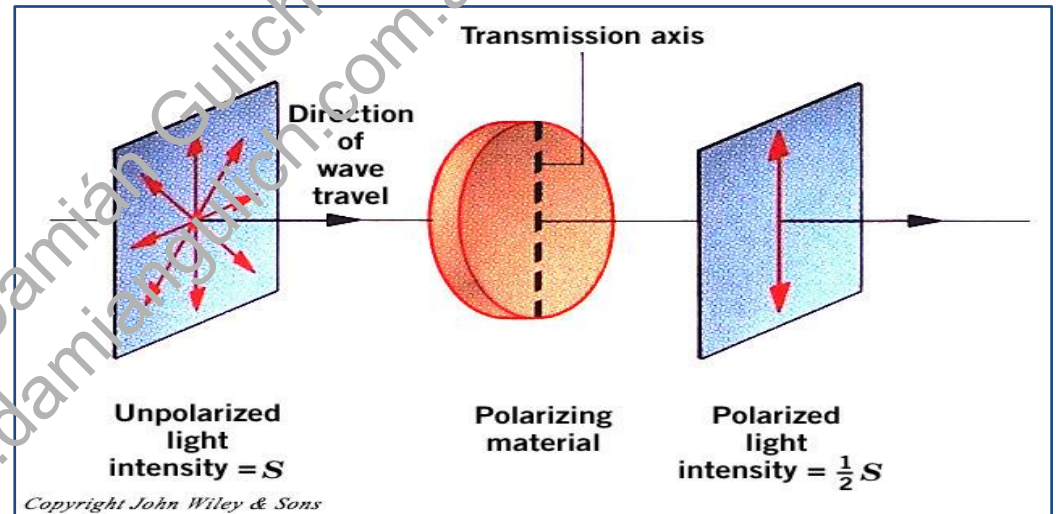
1. Dicroísmo (absorción selectiva)

Filtros polarizadores

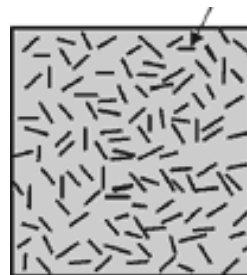
Un polarizador ideal deja pasar el 100% de la luz incidente en dirección de su eje de transmisión y bloquea toda la luz que incide vibrando en la dirección perpendicular. El más empleado usualmente es el *polaroid*.

Polaroid

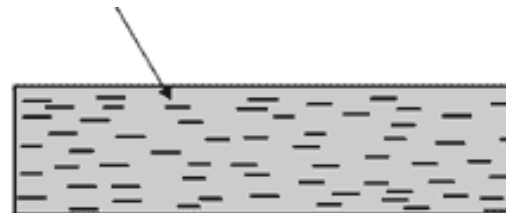
- Alcohol polivinílico impregnado con yodo
- Estirado en caliente
- Absorbe el campo E alineado con las moléculas
- Transmite el E perpendicular a las moléculas



Cadenas orientadas al azar

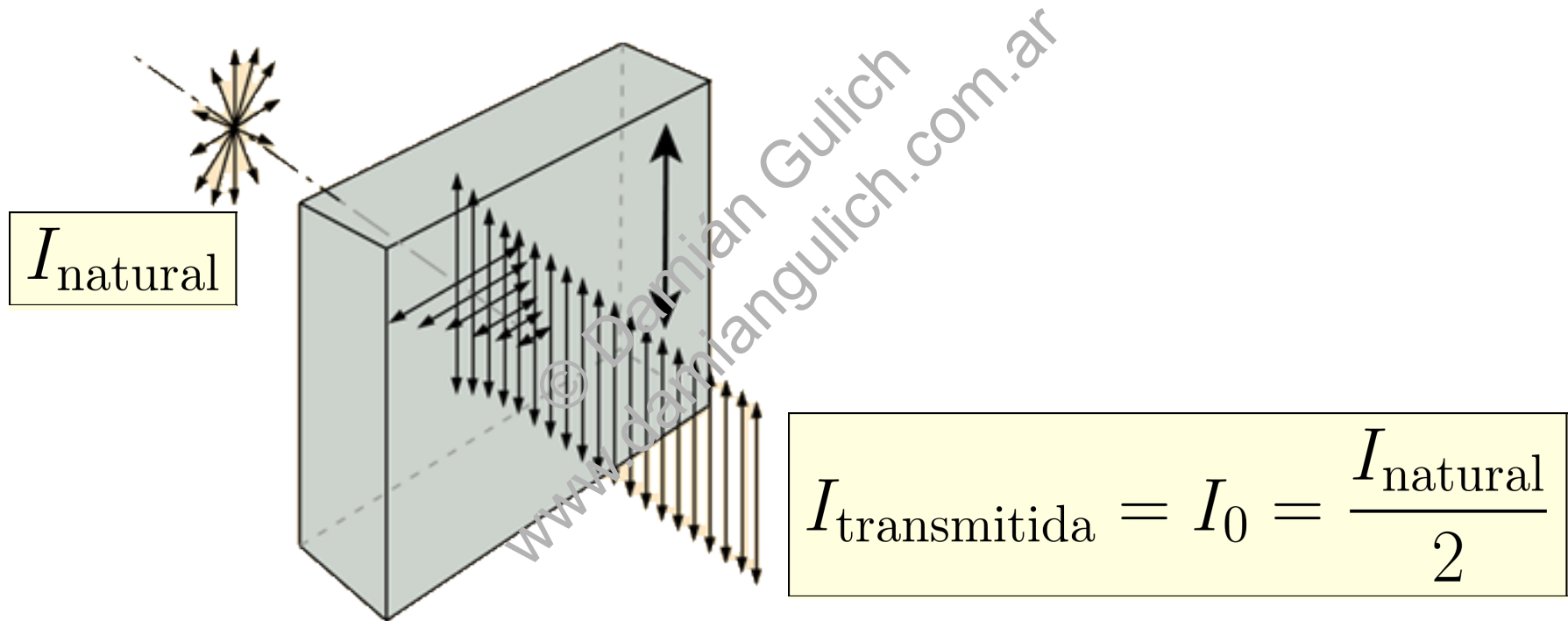


Cadenas alineadas



1. Dicroísmo (absorción selectiva)

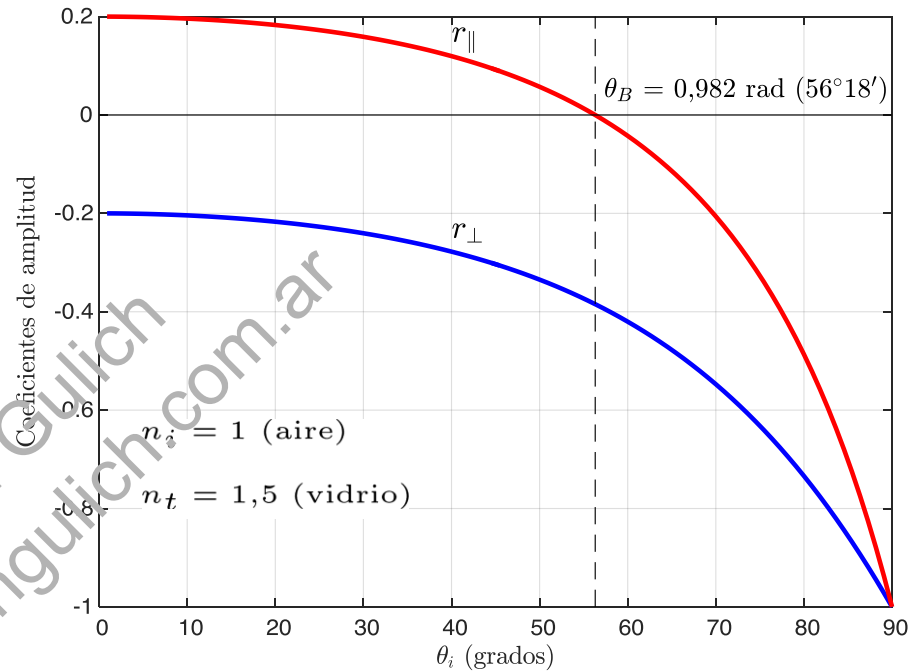
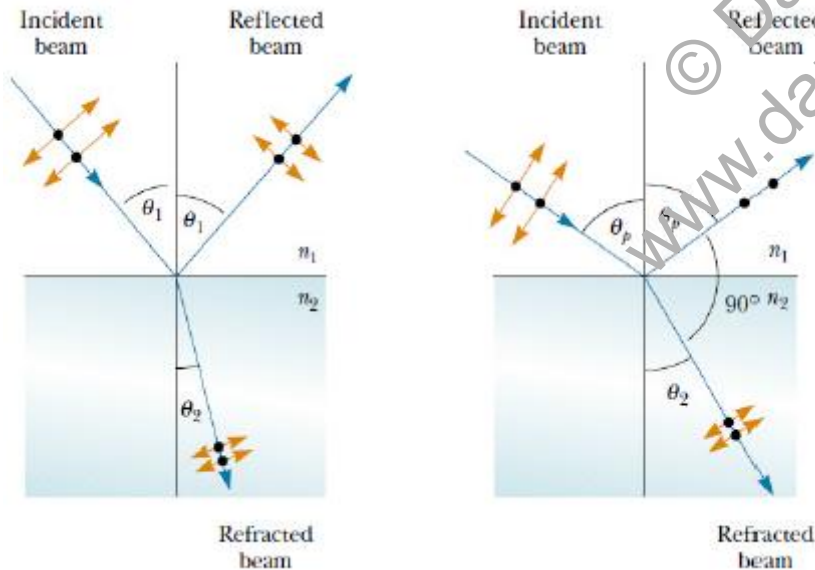
Si la entrada a un polarizador es luz natural, la salida es luz *linealmente polarizada* en la dirección del eje de transmisión del polarizador.



Cuando la luz natural incide sobre un polarizador, la intensidad transmitida es la *mitad de la incidente*.

2. Reflexión (Ley de Brewster)

Para ángulos de incidencia distintos de 0 o 90°, la proporción de luz reflejada en el límite entre dos medios no es igual para ambas componentes de la luz. La componente que vibra de forma paralela al plano de incidencia resulta menos reflejada (y es 0 en un caso particular).

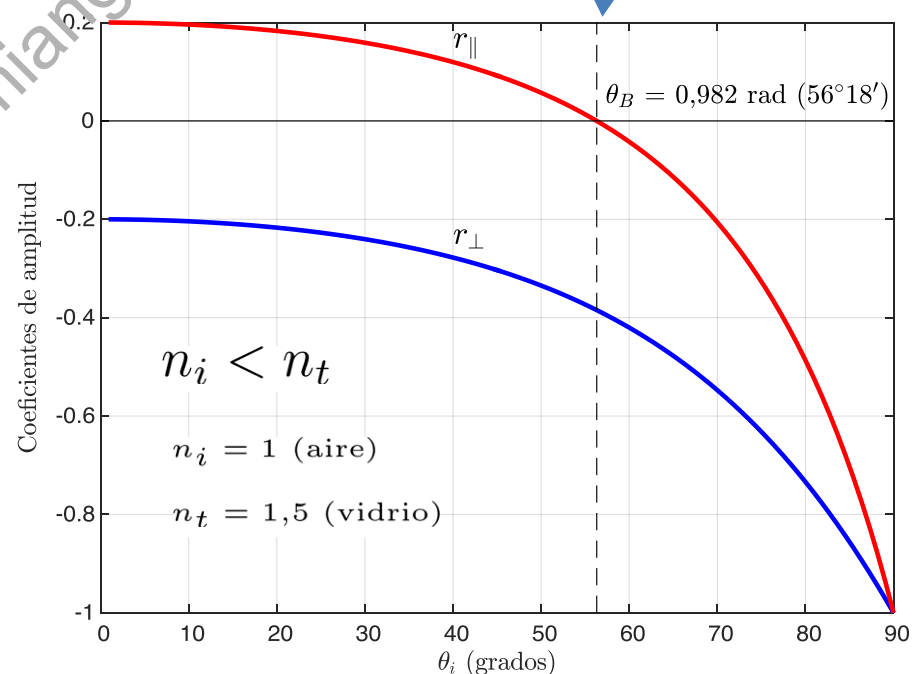
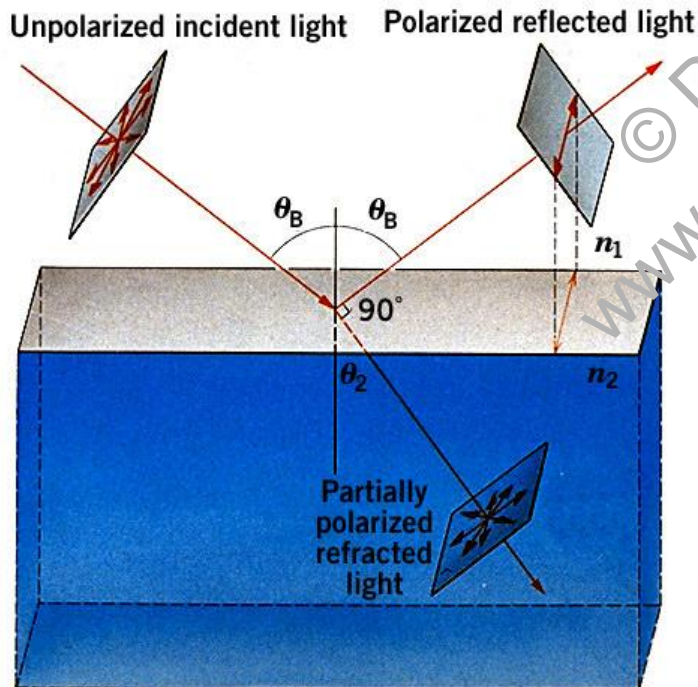


2. Reflexión (Ley de Brewster)

Cuando $\theta_i + \theta_t = \pi/2 \equiv 90^\circ$ la luz reflejada a $\theta_i = \theta_B$ está SÓLO linealmente polarizada en la dirección perpendicular al plano de incidencia ($r_{\parallel} = 0$). Por Ley de Snell sabemos que $n_i \sin(\theta_i) = n_t \sin(\theta_t)$:

$$\Rightarrow \underline{n_i \sin(\theta_i)} = n_t \sin(\theta_t) = n_t \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_i\right) = \underline{n_t \cos(\theta_i)}$$

$$\Rightarrow \tan(\theta_B) = \frac{n_t}{n_i} \quad \theta_B \text{ es el ángulo de Brewster}$$



Un polarizador lineal puesto delante de una fuente natural

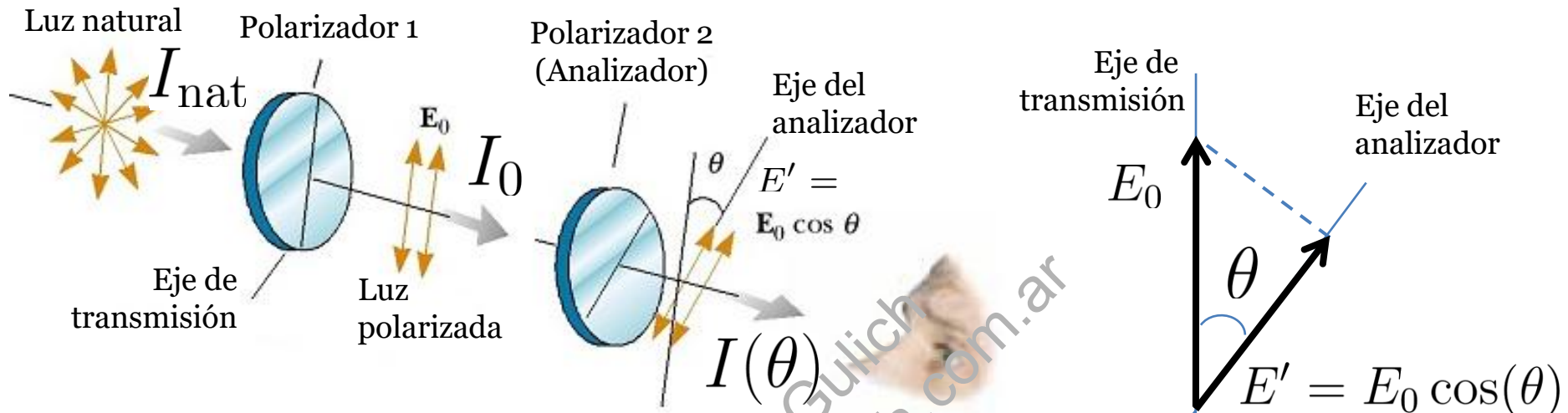
Matemáticamente luz natural se puede representar por dos ondas arbitrarias de igual amplitud, linealmente polarizados ortogonales e incoherentes donde su diferencia de fase relativa varía rápidamente y al azar.

Si la luz natural incide en un polarizador lineal solamente la luz en un estado será transmitida. El estado tendrá una orientación paralela a una dirección específica (eje de transmisión del polarizador)

Si polarizador se gira, intensidad a la salida no cambiará debido a la simetría de la luz no polarizada o natural (seguirá siendo $I_0/2$).



Ley de Malus (polarización lineal)



La intensidad I de la luz polarizada es

$$I_0 = \langle \|\vec{S}\| \rangle = \frac{c \varepsilon_0}{2} \|\vec{E}\|_{\text{máx}}^2 = \frac{c \varepsilon_0}{2} E_0^2$$

La intensidad I de la luz que pasa por el analizador es

$$I(\theta) = \frac{c \varepsilon_0}{2} E'^2 = \frac{c \varepsilon_0}{2} [E_0 \cos(\theta)]^2 = I_0 \cos^2(\theta) \Rightarrow \boxed{I(\theta) = I_0 \cos^2(\theta)}$$

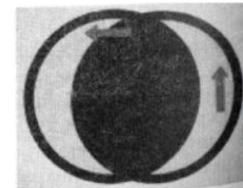
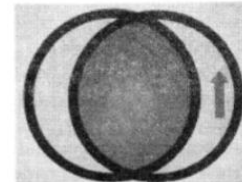
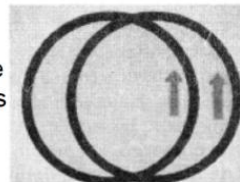
Ley de Malus

$I(\theta = 0) = I_0$ (polarizadores alineados)

$I(\theta = 90^\circ) = 0$ (polarizadores perpendiculares)

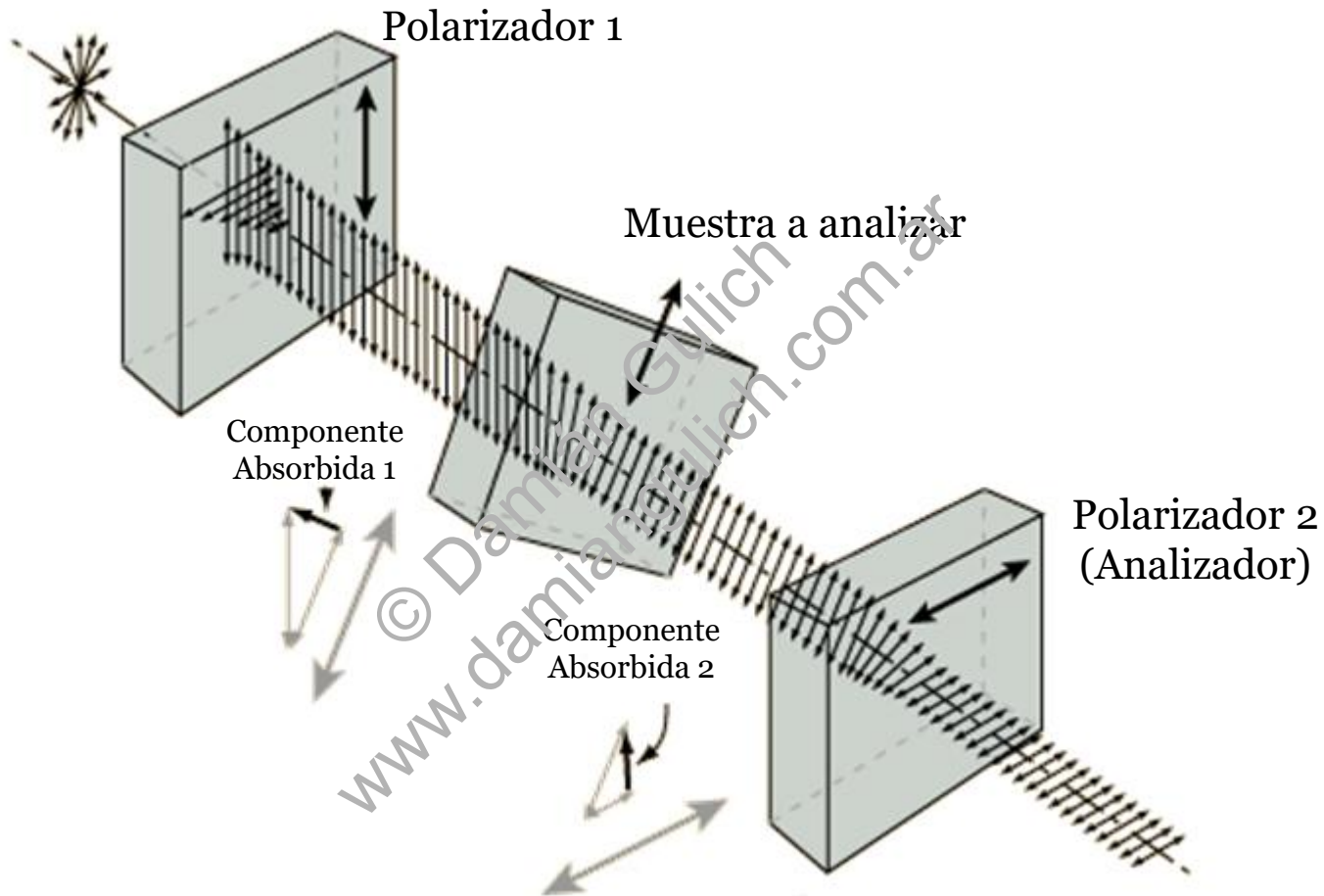
Con la luz natural sola no se puede usar la Ley de Malus; ésta sólo se aplica para luz linealmente polarizada (polarizador 1).

Luz a través de 2 Polarizadores con Ejes //



Luz a través de 2 Polarizadores con Ejes $\perp$

La Ley de Malus para estudiar otros polarizadores



A pesar de que el polarizador 1 y el analizador están a 90° , sale luz del analizador porque la muestra ha torcido el plano de polarización de la luz que pasó por ella. El agua con azúcar disuelta en agua tiene esta propiedad y se usa la Ley de Malus para medir la concentración de glucosa en una muestra (sacarímetro).

Algunas aplicaciones prácticas

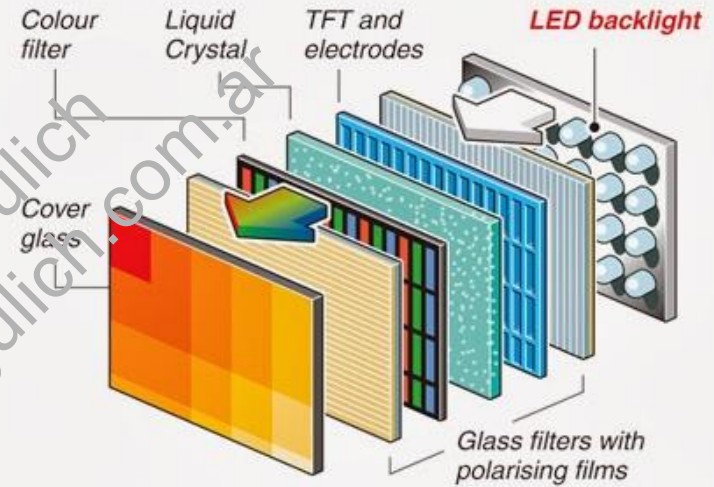
撕开偏光片后的效果

Polarizer film display effect after Partial tearing



LED - Light Emitting Diode

LEDs are LCD TVs that replace the cold cathode fluorescent lamps (CCFL) used in conventional LCD displays



Seven-Segment Liquid Crystal Display (LCD)

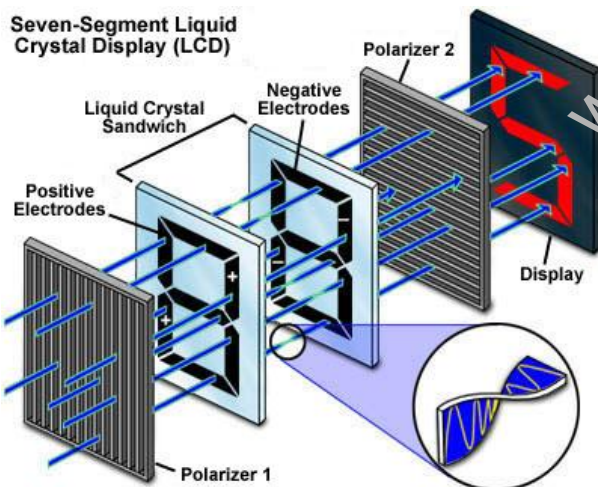


Figure 3



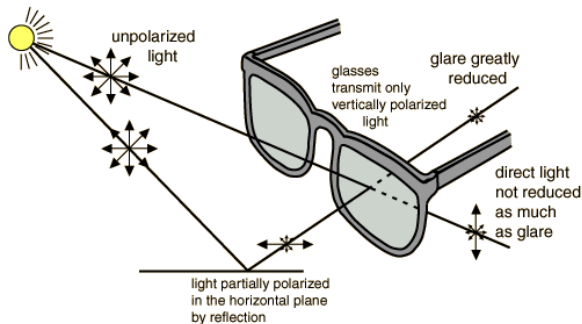
Algunas aplicaciones prácticas



Reflexión a través de polarizador que sólo transmite luz polarizada horizontalmente



Reflexión a través de polarizador que sólo transmite luz polarizada verticalmente



Preguntas

© Damian Gulich
www.damiangulich.com.ar