

1. ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

La Óptica es la parte de la Física relacionada con la luz. La luz y las ondas electromagnéticas en general pueden interpretarse como una onda o una partícula, en función del fenómeno observado.

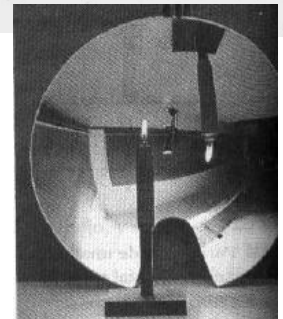
- **PARTICULA SE CARACTERIZA POR SU UBICACIÓN. LAS PARTICULAS INTERACTÚAN MEDIANTE CAMPOS**

- **LA ONDA SE CARACTERIZA POR SU FALTA DE UBICACIÓN. UNA ONDA VIAJERA ES UNA PERTURBACION AUTONOMA DEL MEDIO QUE SE MUEVE EN ESPACIO TRANSPORTANDO ENERGIA Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO**

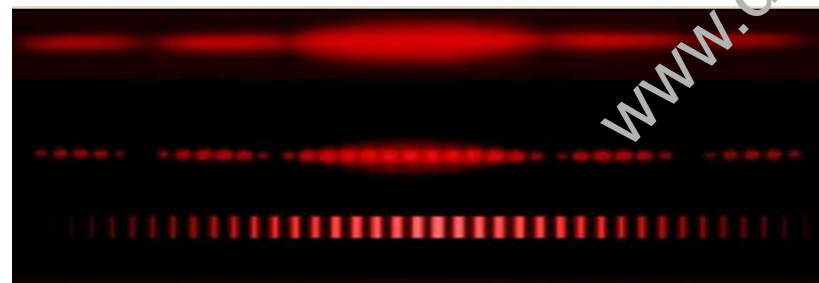
	Óptica Geométrica	Óptica Ondulatoria	Óptica Cuántica
Concepto fundamental	Rayo de luz	Onda luminosa	Fotón
Aplicaciones	Imágenes Instrumentos Fotometría	Interferencias Difracción Polarización	Emisión Interacción Detección

Ni onda ni partícula Estudia la trayectoria de la luz a partir del concepto de rayo. Rayo es una línea que corresponde a la dirección de flujo de energía

Longitud de onda pequeña comparada dimensiones objeto



	Óptica Geométrica	Óptica Ondulatoria	Óptica Cuántica
Concepto fundamental	Rayo de luz	Onda luminosa	Fotón
Aplicaciones	Imágenes Instrumentos Fotometría	Interferencias Difracción Polarización	Emisión Interacción Detección



La teoría ondulatoria de la luz es incapaz de explicar fenómenos tales como los espectros de emisión y absorción, efecto fotoeléctrico, efecto Compton... La teoría corpuscular explica estos fenómenos considerando la luz como haces de fotones.



ECUACIONES DE MAXWELL (~1860)

Las relaciones entre campos eléctricos y magnéticos y sus fuentes pueden establecerse de manera compacta en cuatro relaciones conocidas como Ecuaciones de Maxwell. Ver Física II.

Forma integral

$$\Phi_E = \oiint_{S_{\text{cerr.}}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{encerrada}}}{\epsilon_0}$$

$$\Phi_B = \oiint_{S_{\text{cerr.}}} \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{\partial \Phi_E}{\partial t}$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \left(I_{\text{Cond.}} + \epsilon_0 \frac{\partial \Phi_e}{\partial t} \right)$$

Forma diferencial

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

*Ley Gauss para
(campos eléctricos)*

*Ley Gauss para
(campos magnéticos)*

Ley de Faraday-Lenz

*Ley de
Ampère -Maxwell*

EN ESTAS ECUACIONES SE RESUMEN LAS BASES
EXPERIMENTALES DEL ELECTROMAGNETISMO

De las formas integrales a las formas diferenciales

Si $\vec{F}$ es un campo vectorial:

Teorema de Gauss:
$$\oiint_{\partial\Omega} \vec{F} \cdot d\vec{A} = \iiint_{\Omega} (\nabla \cdot \vec{F}) dV$$

donde Ω es una región del espacio y $\partial\Omega$ es su superficie limitante CERRADA.

Teorema de Stokes:
$$\oint_{\gamma} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} = \iint_S (\nabla \times \vec{F}) \cdot d\vec{A}$$

donde S es una superficie ABIERTA y γ es la curva que la limita.

Divergencia y rotacional

$$\text{Sean } \nabla \equiv \left\langle \frac{\partial}{\partial x}; \frac{\partial}{\partial y}; \frac{\partial}{\partial z} \right\rangle \quad \vec{F} = \langle F_x; F_y; F_z \rangle \quad g(x; y; z)$$

Divergencia

$$\nabla \cdot \vec{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

El resultado es una función escalar

Rotacional

$$\nabla \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \check{i} & \check{j} & \check{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \left\langle \frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z}; \frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x}; \frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right\rangle$$

El resultado es una función vectorial de 3 componentes

Laplacianos

$$\text{Sean } \nabla \equiv \left\langle \frac{\partial}{\partial x}; \frac{\partial}{\partial y}; \frac{\partial}{\partial z} \right\rangle \quad \vec{F} = \langle F_x; F_y; F_z \rangle \quad g(x; y; z)$$

Laplaciano de una función escalar

$$\Delta g = \nabla^2 g = \nabla \cdot (\nabla g) = \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial z^2}$$

El resultado es una función escalar

Laplaciano de una función vectorial

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{F} &= \left\langle \frac{\partial^2 F_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F_x}{\partial z^2}; \frac{\partial^2 F_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F_y}{\partial z^2}; \frac{\partial^2 F_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F_z}{\partial z^2} \right\rangle \\ &= \langle \nabla^2 F_x; \nabla^2 F_y; \nabla^2 F_z \rangle \end{aligned}$$

El resultado es una función vectorial

Ley Gauss para campos eléctricos

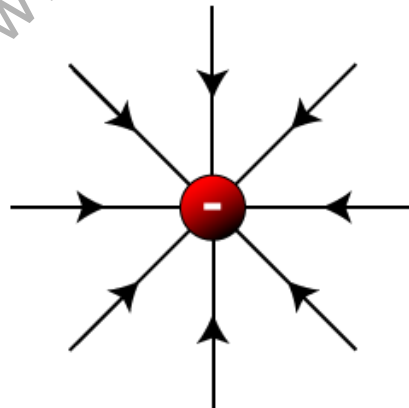
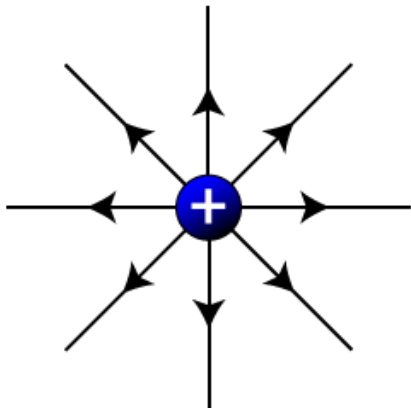
$$\Phi_E = \oiint_{S_{\text{cerr.}}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{encerrada}}}{\epsilon_0} \quad \leftarrow \quad q_{\text{encerrada}} = \iiint_V \rho \, dV$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (\text{forma diferencial})$$

$\rho \equiv$ densidad volumétrica de carga

Relaciona el flujo del vector campo eléctrico a través de cualquier superficie cerrada con la carga encerrada por esa superficie

$\epsilon \equiv$ permitividad del medio
en el vacío $\epsilon_0 = 8,854... \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$



Las líneas del campo eléctrico convergen o divergen de cargas eléctricas

Ley Gauss para campos magnéticos

$$\Phi_B = \oint_{S_{\text{cerr.}}} \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

El flujo del campo magnético a través de una superficie cerrada es siempre cero.



NO existen monopolos magnéticos

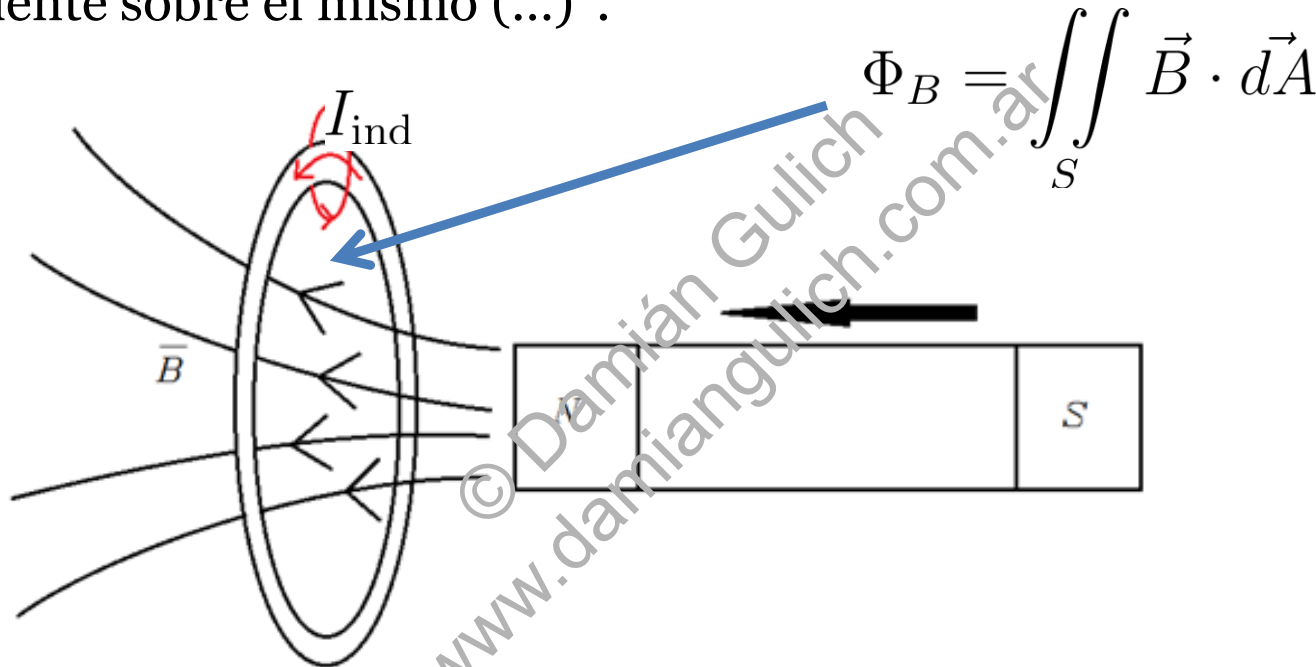
$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{forma diferencial})$$

A diferencia del campo eléctrico, el campo magnético no converge o diverge de cargas magnéticas.

Las líneas de fuerzas del campo $\vec{B}$ son cerradas y no existen ni fuentes ni sumideros (papel que juegan las cargas con $\vec{E}$).

Ley de Faraday-Lenz (ley de inducción)

“(...) un flujo magnético variable en el tiempo pasando a través de un circuito conductor cerrado da como resultado la generación de una corriente sobre el mismo (...)”.



Si hay fem es porque hay un campo eléctrico (corriente) en el conductor.

$$\text{f.e.m.} = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

(forma diferencial)

$$\text{f.e.m.} = - \frac{\partial \Phi_B}{\partial t}$$


Ley de Lenz

- La f.e.m. inducida existe INDEPENDIENTEMENTE de que haya o no una espira: ésta sólo nos permite medir la corriente inducida
- La f.e.m. inducida está DISTRIBUÍDA a lo largo de la trayectoria cerrada: NO ESTA UBICADA EN UN LUGAR PARTICULAR
- La f.e.m. inducida aparece cuando hay una VARIACIÓN TEMPO-RAL DEL FLUJO DEL CAMPO MAGNÉTICO QUE ATRAVIESA (ENLAZA) EL ÁREA DE LA ESPIRA

Ley de inducción de Faraday-Lenz

$$\text{f.e.m.} \equiv \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

(forma diferencial)

De esta forma podemos verlo sin pensar en un circuito:

- La relación así escrita sólo relaciona campo eléctrico y campo magnético
- Nos preparamos para entender que pasa en el vacío, o en un medio no conductor
- **Acá vemos que si un campo magnético varía en el tiempo, se puede generar un campo eléctrico.**

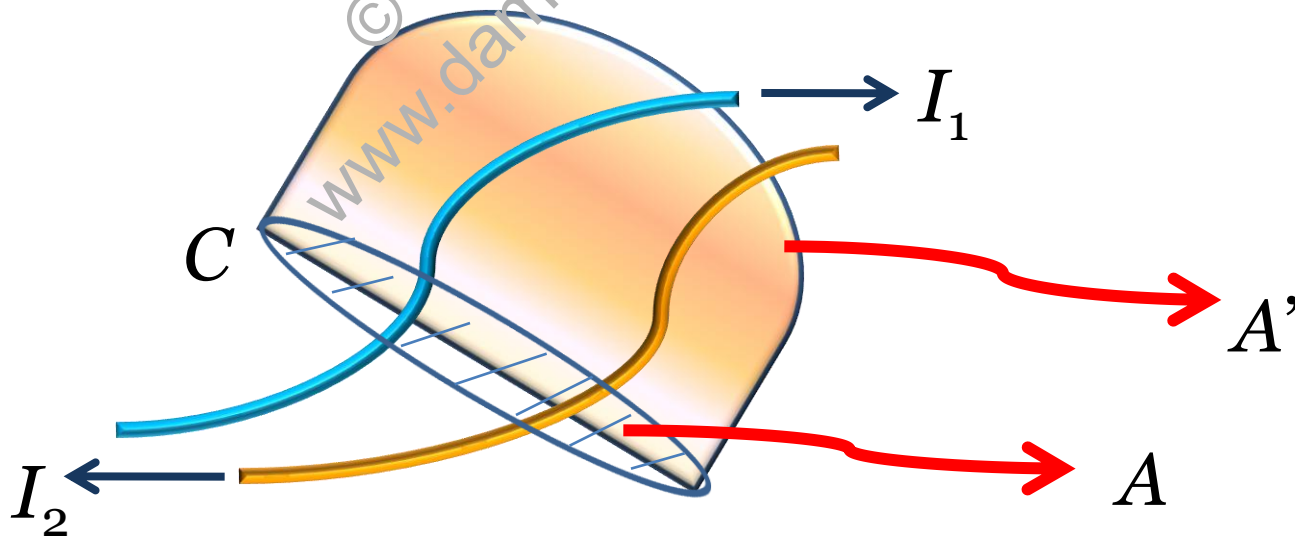
Ley de Ampère

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \sum_{\text{dentro de } C} I_{j,\text{conducción}}$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

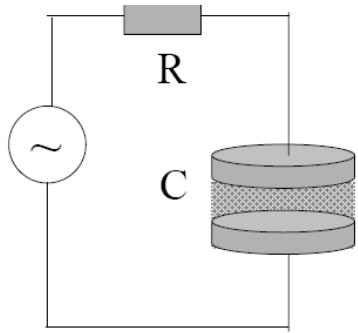
(forma diferencial)

La circulación de B alrededor de cualquier trayectoria cerrada C es proporcional a la corriente neta que pasa a través de cualquier superficie limitada por C .



Inconsistencia de la ley de Ampère en régimen no estacionario

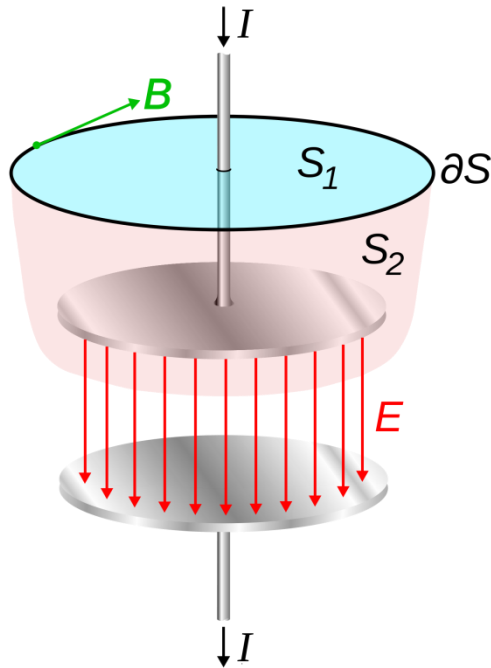
Generalización de Maxwell



$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \sum_{\text{dentro de } C} I_j = \mu_0 \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{A} \quad \text{Ley Ampère}$$

MAXWELL DESCUBRE QUE LA LEY ASÍ PLANTEADA NO ES GRAL:

Consideremos que dos superficies S_1 y S_2 que poseen el mismo contorno: por S_1 pasa I_C y por S_2 $I=0$ (en los cables la corriente de conducción es no nula, en cambio lo es entre las placas del capacitor)



$$\mu_0 \iint_{S_1} \vec{J} \cdot d\vec{A} \neq \mu_0 \iint_{S_2} \vec{0} \cdot d\vec{A}$$

- **atravesando $S_1 = \mu_0 I$**
- **atravesando $S_2 = 0$**

INCONGRUENTE!!!!!! Ya que el campo magnético que genera la corriente $I(t)$ en un punto del espacio es distinto de cero si se calcula el flujo del vector densidad de corriente J a través de S_1 y es cero a través de S_2 .

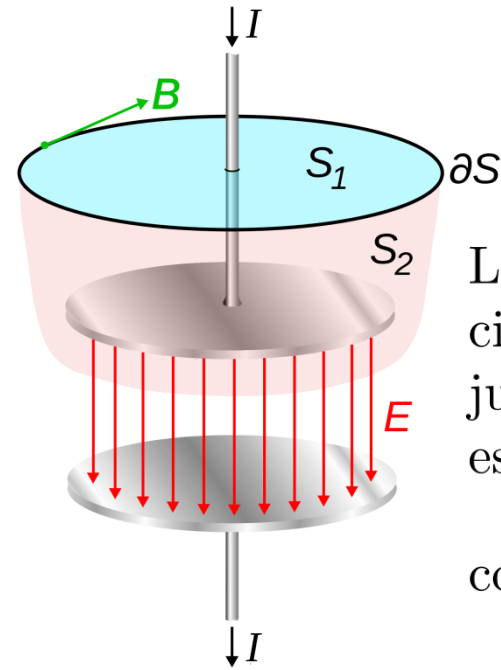
Maxwell propuso reemplazar I_C por $I_C + I_D$

I_C : corriente de conducción

I_D : corriente de desplazamiento

Inconsistencia de la ley de Ampère en régimen no estacionario

Generalización de Maxwell



La carga que se deposita sobre las placas del condensador, al circular una corriente no estacionaria varía con el tiempo. Es justamente esta carga la que genera un campo eléctrico no estacionario $\varepsilon_0 \iint_{S_1+S_2} \vec{E} \cdot d\vec{A} = q$ y se puede definir una

corriente de desplazamiento $I_D = \frac{dq}{dt} = \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \iint_{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{A}$.

La corriente de desplazamiento es debida a la variación del campo eléctrico entre las placas.

Esta corriente no es debida a cargas en movimiento como en el caso de corriente de conducción

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 (I_{\text{Cond.}} + I_D) = \mu_0 \left(I_{\text{Cond.}} + \varepsilon_0 \frac{\partial \Phi_e}{\partial t} \right)$$

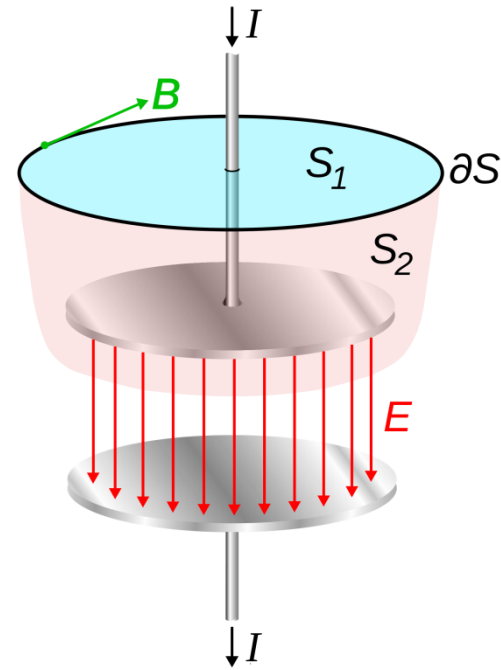
Ley Ampère-Maxwell

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

(forma diferencial)

Inconsistencia de la ley de Ampère en régimen no estacionario

Generalización de Maxwell



La corriente de conducción es numéricamente igual a la de desplazamiento: $I_{\text{Cond.}} = I_D$ por conservación de la carga.

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 (I_{\text{Cond.}} + I_D) = \mu_0 \left(I_{\text{Cond.}} + \varepsilon_0 \frac{\partial \Phi_e}{\partial t} \right) \quad \text{Ley Ampère-Maxwell}$$

B es un campo no conservativo en casos estáticos y dinámicos.

LOS CAMPOS MAGNÉTICOS SE PUEDEN GENERAR POR CAMPOS ELÉCTRICOS VARIABLES TANTO COMO POR CORRIENTES DE CONDUCCIÓN.

Ley de Ampère-Maxwell

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \left(I_{\text{Cond.}} + \varepsilon_0 \frac{\partial \Phi_e}{\partial t} \right)$$

Maxwell

Las cargas móviles son fuentes del campo magnético (ley Ampère) pero NO son las únicas (ley Ampère-Maxwell).

- La relación así escrita sólo relaciona campo eléctrico, campo magnético y corrientes.. que no siempre están!...
- Nos preparamos para entender que pasa en el vacío... o en un medio no conductor
- Si el campo eléctrico varía en el tiempo, se puede generar un campo magnético.
- Nos seguimos preparando para entender las ondas EM.

Ecuaciones de Maxwell en el espacio libre, lejos de cargas y corrientes:

Suponemos que el medio es

- **Homogéneo:** $\varepsilon = \varepsilon_0$, $\mu = \mu_0$ en todos los puntos.
- **Isotrópico:** ε_0 , μ_0 no dependen de la dirección de propagación.
- **No conductor:** $\sigma = 0 \Rightarrow \vec{J} = 0$
- **Libre de cargas:** $\rho = 0$
- **No dispersivo:** ε_0 , μ_0 , ε , μ NO son función de la frecuencia.

Ecuaciones de Maxwell en el espacio libre, lejos de cargas y corrientes:

Ley Gauss para campos eléctricos

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (\text{considerando } \rho = 0)$$

Las cargas eléctricas son las fuentes y sumideros de los E

Ley Gauss para campos magnéticos

$$\oiint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

No existen los monopolos (fuentes) magnéticos

Ley de Faraday

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Campos magnéticos variables en el tiempo crea campos eléctricos

Ley de Ampère-Maxwell

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \iint_A \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Campos eléctricos variables en el tiempo generan campos magnéticos

EN ESTAS ECUACIONES SE RESUMEN LAS BASES EXPERIMENTALES DEL ELECTROMAGNETISMO

Ecuaciones de Maxwell en el vacío

(sin cargas ni corrientes)

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$$

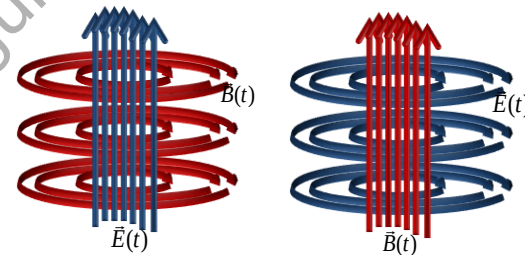
$$\oiint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \iint_A \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

es evidente una gran simetría entre
campos eléctricos y magnéticos

**Campos eléctricos y magnéticos
concatenados conllevan al concepto
de campos electromagnéticos**



Característica más notable de estas ecuaciones es que un campo magnético variable induce un campo eléctrico en las regiones vecinas y así sucesivamente.

Maxwell reconoció que estas ecuaciones predicen la existencia de perturbaciones electromagnéticas que consisten en campos eléctricos y magnéticos que varían en el tiempo y se desplazan ó se propagan de una región a otra, incluso si no hay materia en el espacio intermedio

En suma, Maxwell no sólo generalizó las ecuaciones preexistentes sino que mostró que ellas conllevan una idea de propagación de estos campos

Las ecuaciones que rigen los fenómenos ópticos son las ecuaciones de Maxwell

La forma diferencial de las Ecuaciones de Maxwell en un medio isótropo y homogéneo sin cargas ni corrientes libres es:

$$\begin{aligned}\rho &= 0 \\ \vec{J} &= 0\end{aligned}$$



$$\nabla \cdot \vec{E} = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu\epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Donde

- μ es la **permeabilidad** del medio
- ϵ es la **permitividad** del medio

Las Ecuaciones de Maxwell admiten soluciones ondulatorias, como se verificará a continuación.

Homenaje al autor Enrique Loedel Palumbo (1901-1962),
“Electrodinámica”, Epele, Fanchiotti, García Canal.
Alianza Editorial, 1996. Pág 109.



Identidades del cálculo vectorial:

Esto el Papa exclamó al firmar la bula
con que furioso excomulgó a Lutero:

La *divergencia* de un *rotor* es nula
y el *rotor* de un *gradiente* da cero.

$$\nabla \cdot (\nabla \times \vec{F}) = 0$$

$$\nabla \times (\nabla g) = \vec{0}$$

El gran fraile alemán invocó a Dios
y exclamó con su habitual vehemencia:

El *rotor* de un *rotor* más *nabla* da
el *gradiente* de toda *divergencia*.

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{F}) + \nabla^2 \vec{F} = \nabla(\nabla \cdot \vec{F})$$

Obtención de la ecuación de onda en el vacío a partir de las ecuaciones de Maxwell sin cargas ni corrientes libres

Tomando $\nabla \times$ de $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ (ley Faraday, forma diferencial)

Cambiando el orden de diferenciación

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = \nabla \times \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \vec{B})$$

Sustituyo (izq.) con $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ (Ley de Ampère-Maxwell):

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \vec{B}) = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

$$\implies \nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

(asumiendo μ y ϵ ctes. en el tiempo)

Obtención de la ecuación de onda en el vacío a partir de las ecuaciones de Maxwell sin cargas ni corrientes libres

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

Del poema: $\nabla \times (\nabla \times \vec{F}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{F}) - \nabla^2 \vec{F}$

$$\Rightarrow \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

Pero supusimos que $\nabla \cdot \vec{E} = \rho/\epsilon = 0$ (Gauss)


$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

Ecuación de onda para el campo eléctrico

Análogamente, para el campo magnético, partimos de Faraday-Lenz sin corrientes en conductores:

$$\nabla \times \vec{B} = \mu\epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\rightarrow \nabla \times (\nabla \times \vec{B}) = \nabla \times \left(\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \vec{E}) = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

Ley Faraday, forma diferencial:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Del poema: $\nabla \times (\nabla \times \vec{F}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{F}) - \nabla^2 \vec{F}$

$$\nabla(\nabla \cdot \vec{B}) - \nabla^2 \vec{B} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

Pero sabemos que $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ (Gauss para $\vec{B}$)

$$\rightarrow \nabla^2 \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

Ecuación de onda para el campo magnético

Recordemos que la ecuación diferencial para una onda transversal en una cuerda

$$\nabla^2 \Psi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$$

tiene como solución general:

$$\Psi(x - vt) = C_1 f(x - vt) + C_2 f(x + vt)$$

Onda viajera en el sentido
positivo eje x

Onda viajera en el sentido
negativo eje x

Las ecuaciones diferenciales obtenidas a partir de las ecuaciones de Maxwell para el campo eléctrico y el campo magnético tendrán entonces soluciones análogas.

Ondas electromagnéticas

$$\nabla^2 \Psi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

$$\frac{1}{v^2} = \mu_0 \epsilon_0 \Rightarrow$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

*Velocidad de
propagación de las
ondas*

$$\mu_0 \equiv 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{m kg}}{\text{C}^2}$$

$$\epsilon_0 \simeq 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{s}^2 \text{C}^2}{\text{m}^3 \text{kg}}$$

$$v \equiv c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 299\,792\,458 \frac{\text{m}}{\text{s}} \simeq 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Velocidad de la luz

En el espacio libre la velocidad pronosticada teóricamente por Maxwell fue de aprox. 300 000 km/s. El valor teórico coincidió con el calculado experimentalmente por Fizeau (315000 km/s) **permitió a Maxwell concluir que la luz es una perturbación electromagnética en forma de ondas propagadas a través del campo EM**

**LA LUZ ES UNA ONDA
ELECTROMAGNÉTICA,
pero no es la única**

Este es un ejemplo de una de las primeras unificaciones en Física de dos ramas de la misma que, en principio, parecían separadas como son el Electromagnetismo y la Óptica y por lo tanto, uno de los mayores triunfos de la física del siglo XIX.

La luz es interpretable en términos de campos EM que fluctúan en el espacio libre como ondas.

Los resultados de Maxwell son compatibles con la interpretación ondulatoria de la luz versus la interpretación como partículas.

Sin embargo, ambas interpretaciones (sólo onda o sólo partícula) son incompletas. Esto se discutirá en el Módulo II.

Preguntas a responder

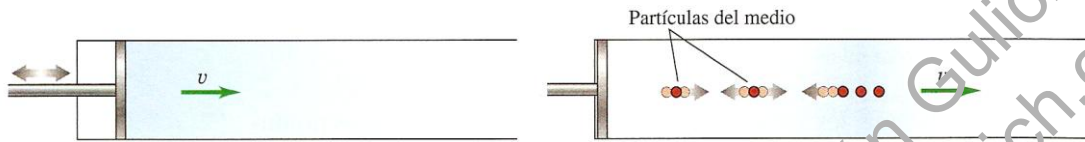
- **Es una onda transversal o longitudinal?**
- **Cómo viajan los campos E y B?**
- **Dado que en las ecuaciones de Maxwell estaban fuertemente acoplados, como se relacionan entre sí?**

¿Las ondas EM son transversales?

Recordemos:

Clasificación de las ondas según la dirección del apartamiento de la posición de equilibrio respecto del movimiento de la onda:

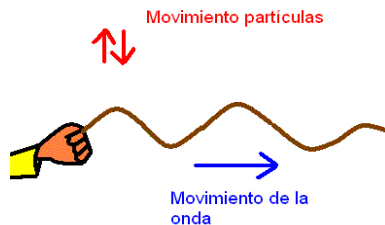
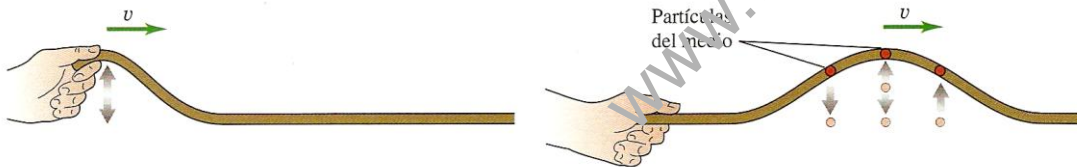
Longitudinales:



Columna de aire sometida a cambios de presión

Desplazamiento de las partículas del medio es paralelo a la dirección de movimiento de la onda (ej. ondas sonido)

Transversales:



Desplazamiento de las partículas del medio es perpendicular a la dirección de movimiento de la onda (ej. ondas cuerda vibrante)

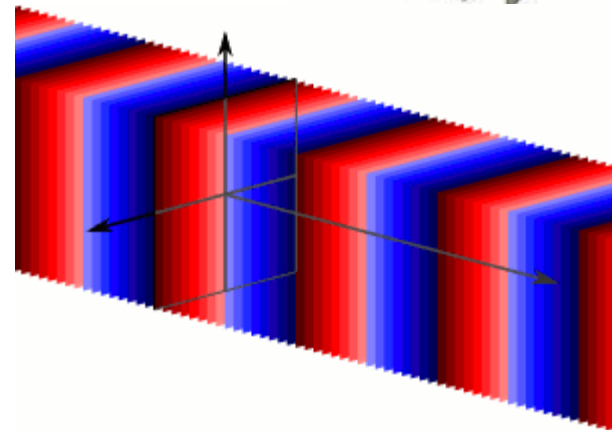
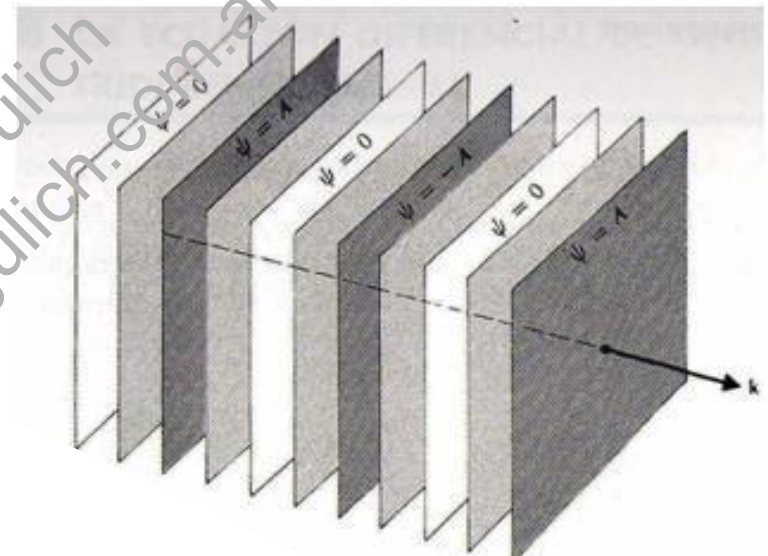
¿Las ondas electromagnéticas son transversales o longitudinales?

Consideremos OEM planas: los valores de campo eléctrico y magnético son constantes sobre c/u de los planos perpendiculares al eje de propagación:

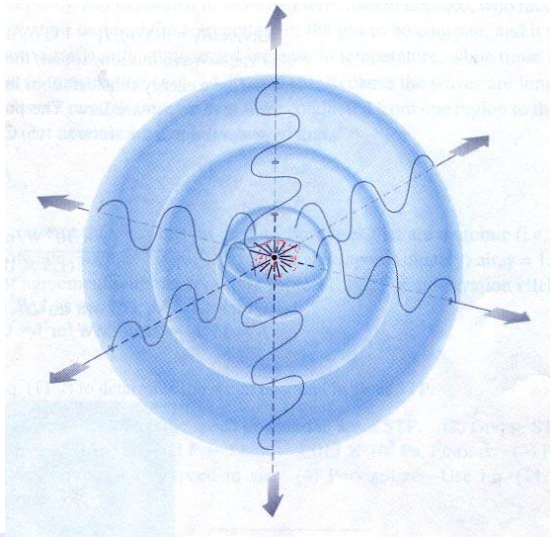
$\vec{E}$ y $\vec{B}$ sólo dependen de la coordena del eje de propagación (por ejemplo, x)

$$\vec{E} = \vec{E}(x, t)$$

$$\vec{B} = \vec{B}(x, t)$$



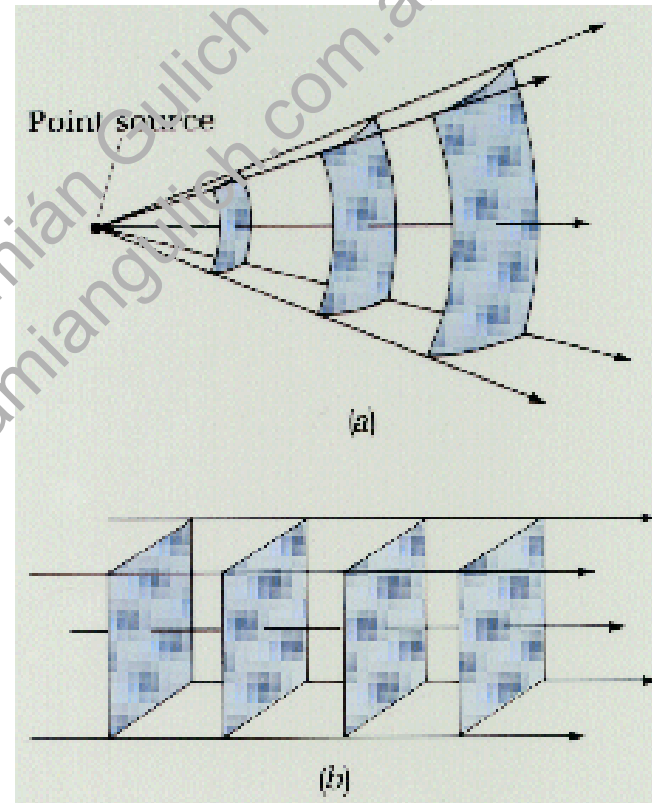
Otros tipos de ondas: ondas esféricas (transversales)



Las ondas esféricas se generan por fuentes puntuales

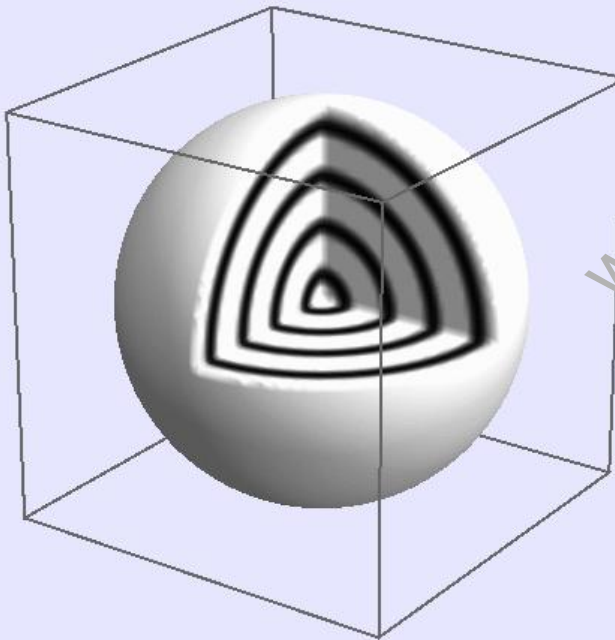
Radiación de una fuente luminosa puntual isótropa ideal fluye uniformemente en todas direcciones.

Aquí los frentes de onda son esferas concéntricas



Las ondas esféricas se asemejan a ondas planas para distancias lejanas a la fuente puntual

Aplanamiento ondas esféricas para grandes distancias



¿Las ondas EM son transversales?

Razonemos por absurdo: Supongamos que las ondas luminosas son puramente **longitudinales**, es decir tenemos una onda que se propaga en dirección x , y sus campos son a lo largo de x (no y , z), entonces las derivadas de y , z son :

$$\frac{\partial E_y}{\partial y} = \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\partial B_y}{\partial y} = \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0$$

En un medio libre de cargas y corrientes

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

Sustituyendo los valores nulos:

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \cancel{\frac{\partial E_y}{\partial y}} + \cancel{\frac{\partial E_z}{\partial z}} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial E_x}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \cancel{\frac{\partial B_y}{\partial y}} + \cancel{\frac{\partial B_z}{\partial z}} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial B_x}{\partial x} = 0$$

Entonces campos eléctricos y magnéticos resultarían **constantes**.

Las constantes NO REPRESENTAN UNA ONDA VIAJERA

CAMPOS EM
NO SON
LONGITUDINALES

El campo eléctrico asociado con la onda plana es entonces transversal a la dirección x

Supongamos entonces, sin pérdida de generalidad que

$$\vec{E} = E_y(x, t) \hat{j}$$

¿Cuál es la dirección del campo magnético asociado?

Suponemos una onda que se propaga en la dirección x y tiene un campo eléctrico transversal a lo largo de la dirección y , tal como discutimos recién:

$$E_x = E_z = 0 \quad \vec{E} = E_y(x, t) \hat{j}$$

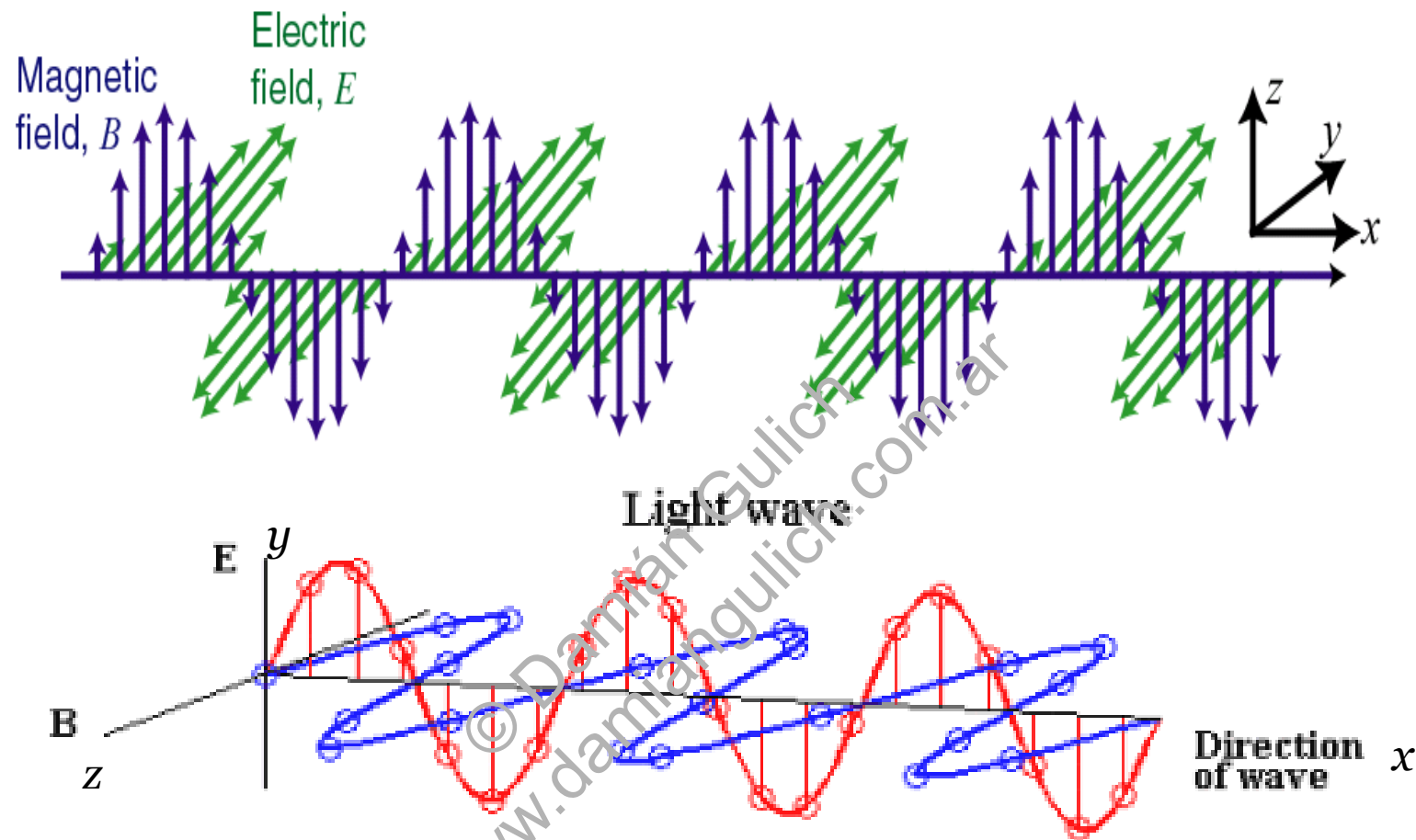
Usando Ley de Faraday:

$$-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \nabla \times \vec{E} = \left\langle \cancel{\frac{\partial E_z}{\partial y}} - \cancel{\frac{\partial E_y}{\partial z}}, \cancel{\frac{\partial E_x}{\partial z}} - \cancel{\frac{\partial E_z}{\partial x}}, \frac{\partial E_y}{\partial x} - \cancel{\frac{\partial E_x}{\partial y}} \right\rangle$$
$$-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\left\langle \frac{\partial B_x}{\partial t}; \frac{\partial B_y}{\partial t}; \frac{\partial B_z}{\partial t} \right\rangle = \left\langle 0; 0; \frac{\partial E_y}{\partial x} \right\rangle \Rightarrow \boxed{-\frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{\partial E_y}{\partial x}} \star$$

La única componente no nula del campo magnético es en el eje z


$$B_x = B_y = 0 \quad \vec{B} = B_z(x, t) \hat{k}$$

También es transversal



En una onda electromagnética los campos **E y B** son **PERPENDICULARES** entre sí (**z e y**) y ambos se propagan a lo largo de la dirección x .

¿Qué relación cuantitativa existe entre E y B ?

EJEMPLO: Supongamos que el campo E oscila en el plano xy con lo cual la onda está linealmente polarizada en ese plano y decimos que es “**una onda armónica, plana, polarizada y monocromática en el vacío**”.

Proponemos una solución armónica a la Ecuación de Onda (Física II)

$$\vec{E} = E_y(x, t) \hat{j} = E_{0y} \sin(kx - \omega t) \hat{j}$$

$$\boxed{\star -\frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{\partial E_y}{\partial x}} \Rightarrow B_z = - \int \left[\frac{\partial E_y}{\partial x} \right] dt = - \int [k E_{0y} \cos(kx - \omega t)] dt$$

Para la integral sustituimos $u = kx - \omega t, \Rightarrow du = -\omega dt$

$$B_z = +\frac{k}{\omega} E_{0y} \sin(kx - \omega t) = \frac{1}{c} E_y$$


El campo electromagnético

La solución completa para los dos campos en este ejemplo es entonces:

$$\begin{cases} \vec{E}(x, t) = E_{0y} \sin(kx - \omega t) \hat{j} & [\text{N/C}] = [\text{V/m}] \\ \vec{B}(x, t) = \left(\frac{E_{0y}}{c} \right) \sin(kx - \omega t) \hat{k} & [\text{T}] \end{cases}$$

(*) también pudimos usar todos cosenos

El campo B de la onda EM debe estar obligatoriamente en la dirección de k. La componente z del vector B es la única posible en coincidencia con los que obtuvimos antes de forma general. Los dos campos están en fase (los argumentos de las funciones sen son iguales para todo x y t).

Notación para este caso:

$$\begin{aligned} \text{Si } \left\| \vec{E} \right\| &= E_{0y} \sin(kx - \omega t) \implies \left\| \vec{E} \right\|_{\text{máx}} = E_{0y} \text{ (es la amplitud de } \vec{E} \text{)} \\ \text{Si } \left\| \vec{B} \right\| &= B_{0z} \sin(kx - \omega t) \implies \left\| \vec{B} \right\|_{\text{máx}} = B_{0z} \text{ (es la amplitud de } \vec{B} \text{)} \end{aligned}$$

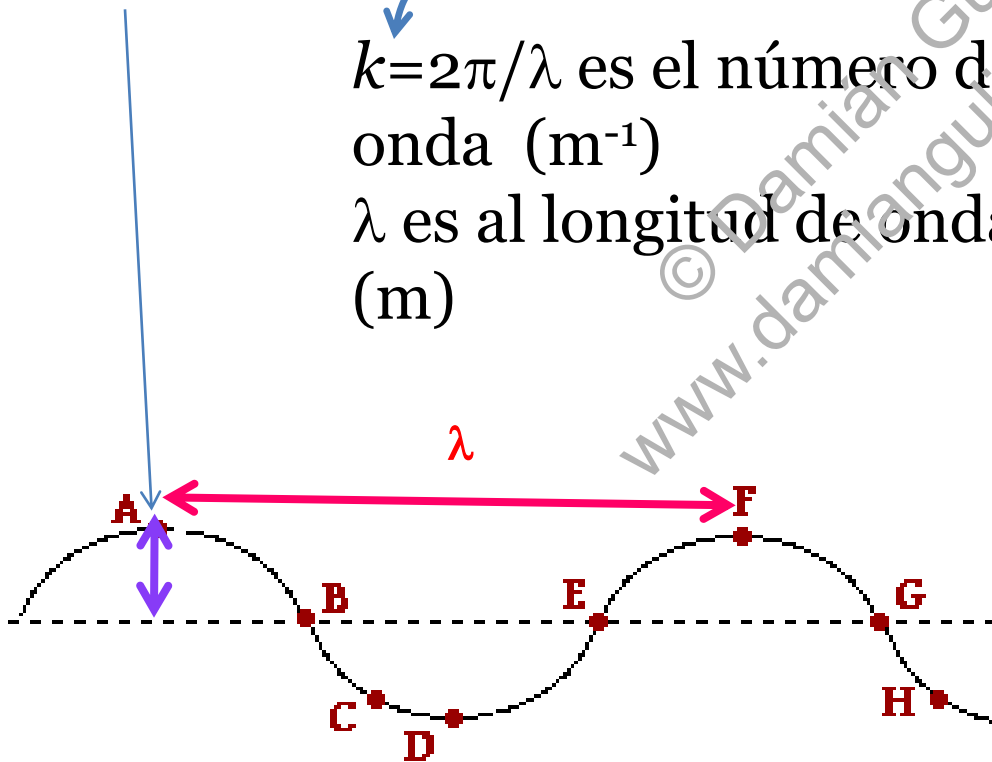
fase de onda

$$E_y(x, t) = E_{0y} \operatorname{sen}(kx - \omega t)$$

Amplitud de la onda (V/m
o N/C)

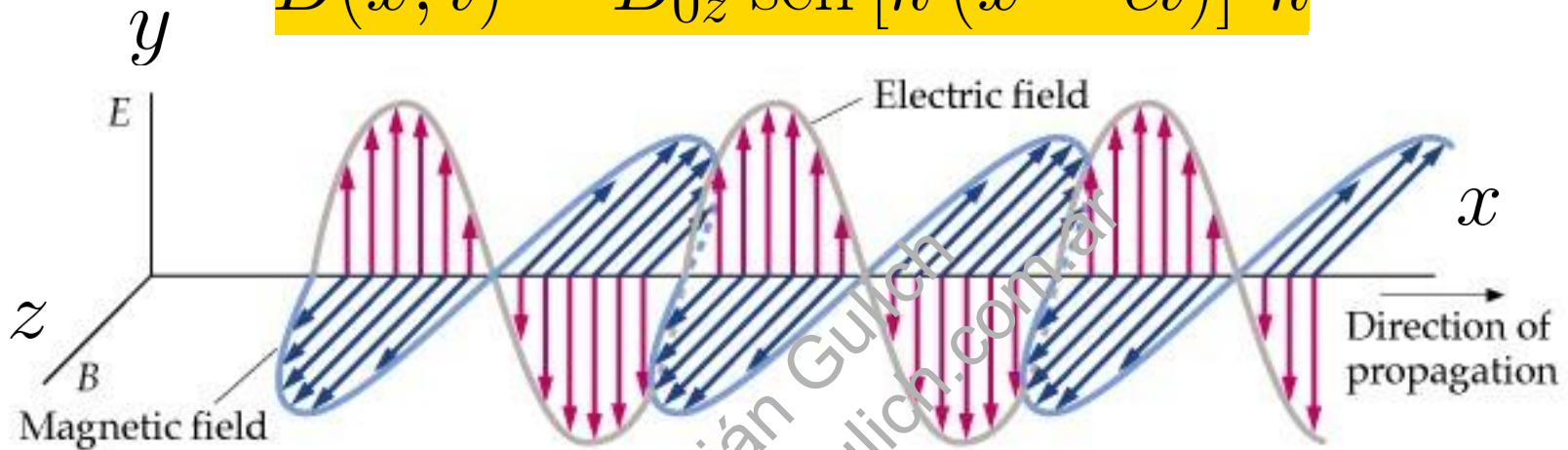
$k=2\pi/\lambda$ es el número de
onda (m^{-1})
 λ es la longitud de onda
(m)

ω es la pulsación de
la onda (rad/s)
 $f=\omega/2\pi$ es la
frecuencia de la
onda (Hz o s^{-1})
Periodo $T=1/f$ (s)
 $v = \lambda f$ es la velocidad
de propagación



$$\vec{E}(x, t) = E_{0y} \sin [k (x - ct)] \hat{j}$$

$$\vec{B}(x, t) = B_{0z} \sin [k (x - ct)] \hat{k}$$



- Los campos $\vec{E}(x, t)$ y $\vec{B}(x, t)$ de la OEM son *perpendiculares*.
- Ambos son perpendiculares a la dirección de propagación de la onda.

Ondas transversales

- $\vec{E}(x, t)$ y $\vec{B}(x, t)$ oscilan *en fase* y $E_{0y} = c B_{0z}$
- Las únicas componentes no constantes son E_y y B_z .

El producto $\vec{E} \times \vec{B}$ indica la dirección de propagación.

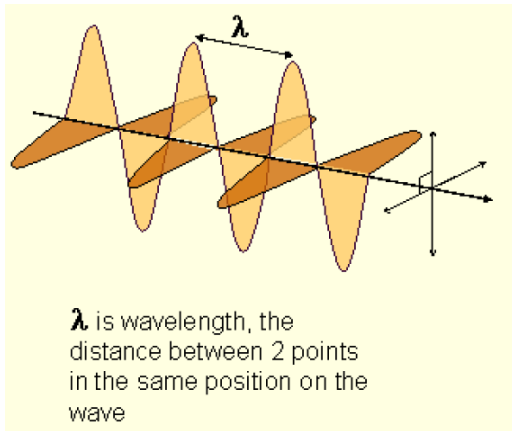
Recordemos que

- el valor de $c \sim 3 \cdot 10^8$ m/s y
- la relación $E_{0y} = c B_{0z}$

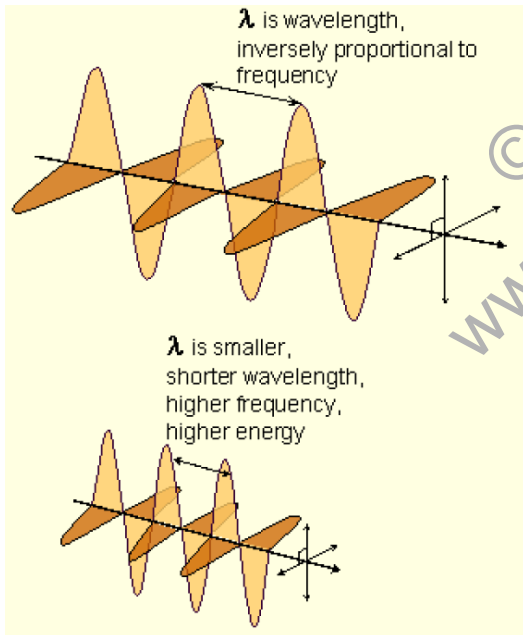
El campo magnético es entonces 10^8 veces *menos intenso* que el campo eléctrico.

Por esta diferencia en magnitudes, en Óptica Física la onda de luz se caracteriza principalmente por las interacciones debidas al vector de campo eléctrico y se prescinde del vector de campo magnético.

Características de las ondas EM



En general, $v = f\lambda$
es la *velocidad de propagación*



La energía es determinada por la frecuencia de oscilación

Long. ondas más cortas



mayor frecuencia



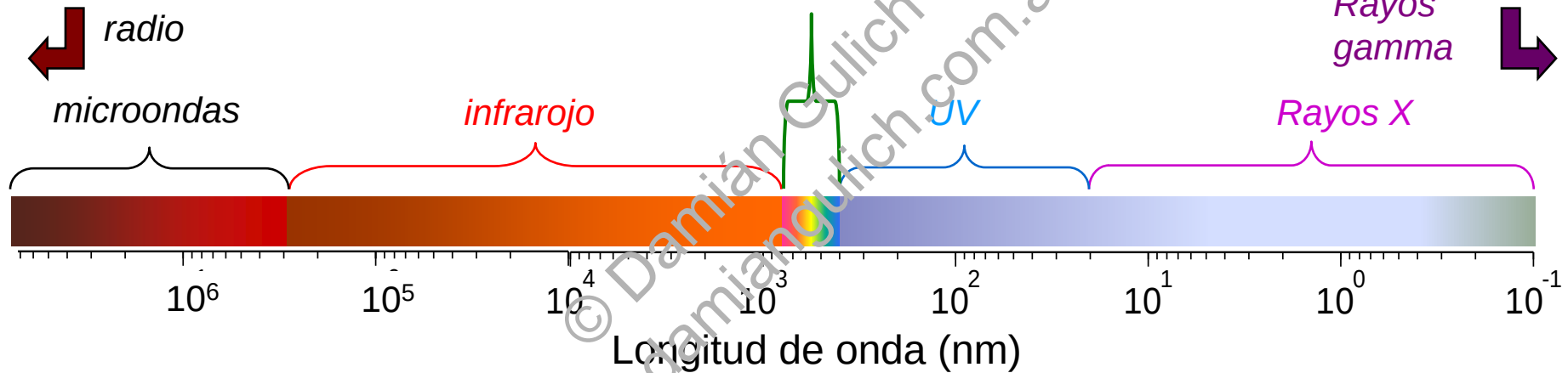
mayor energía

Las ondas electromagnéticas cubren un amplio espectro de longitudes de onda (frecuencias)

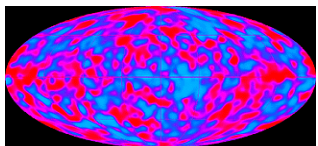
BAJA ENERGIA
BAJA FRECUENCIA
LARGAS LONGITUDES DE ONDA



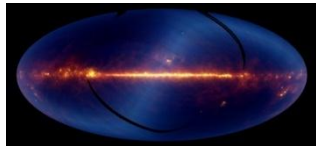
ALTAS ENERGIA
ALTA FRECUENCIA
CORTAS LONGITUDES DE ONDA



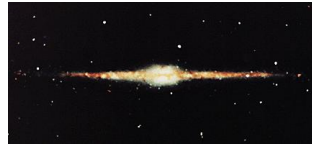
Las longitudes de onda de las transiciones son algo arbitrarias...



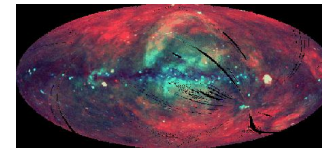
Microondas



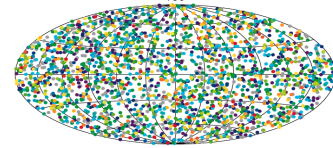
IR



Visible

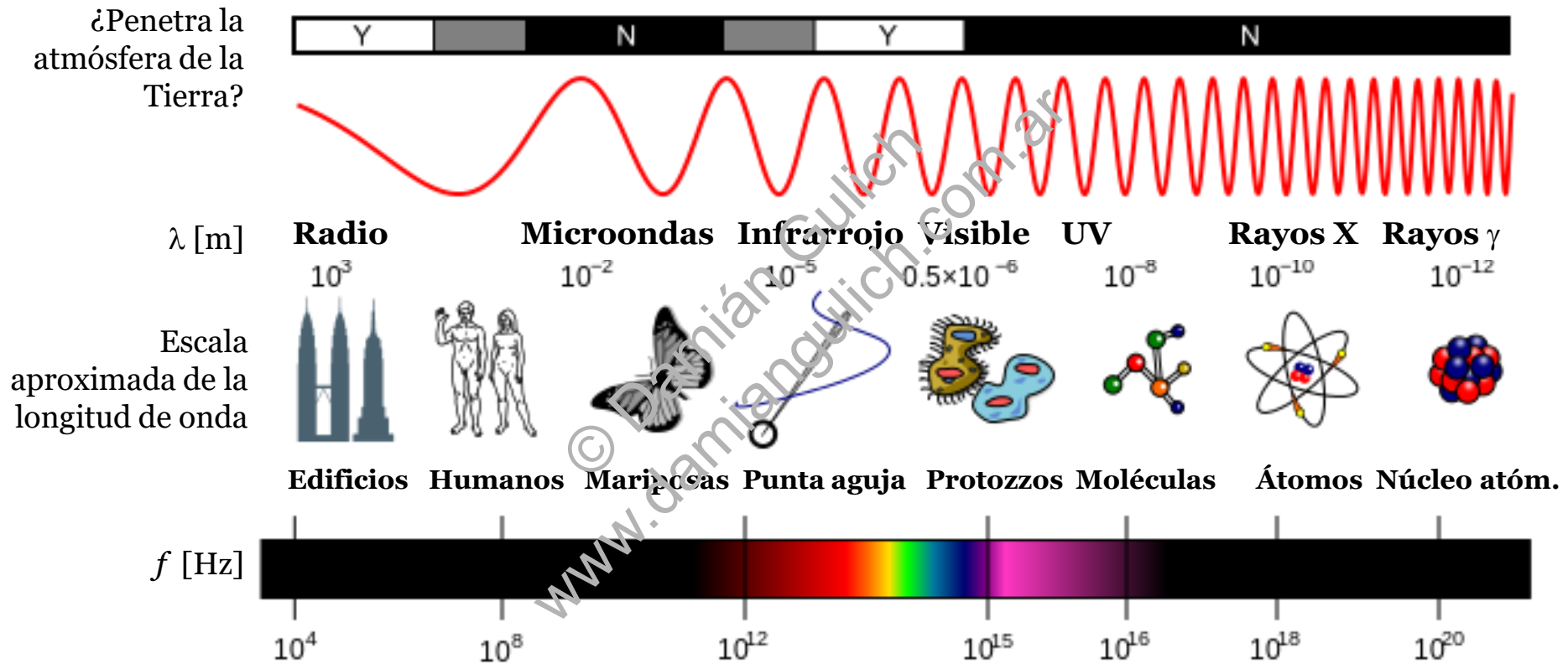


Rayos X



Rayos Gamma

El espectro electromagnético



Una breve descripción del espectro electromagnético

Ondas de radiofrecuencia

- Las generadas por Hertz con $\lambda \sim 1$ m.
- Ondas emitidas por los circuitos eléctricos.
- No existe límite teórico a estas ondas.

λ de 1 km a unos 30 cm
 f de 1 Hz a unos 10^9 Hz



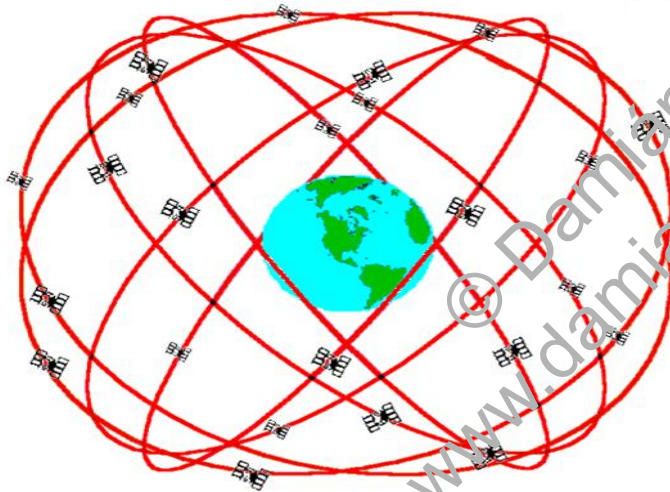
Microondas

- Intervalo de variación λ de unos 30 cm a 1 mm
 f de unos 10^9 Hz a $3 \cdot 10^{11}$ Hz
- Utilidad en radioastronomía y en la comunicación de vehículos espaciales.
- Las frecuencias de los microondas coinciden con la frecuencia natural de las moléculas de agua (base de los hornos microondas).



Sistema de posicionamiento global (GPS)

- 24 satélites en órbita.
- Cuatro satélites por órbita inclinado a 55 grados respecto a ecuador.
- Funciona a 1.575 GHz (1.228 GHz para compensar efectos de agua atmosfera)
- Se requieren 4 señales ; una para el tiempo, tres para la posición .



TeraHertz ~ 1 THz , es decir, una longitud de onda de ~ 300 mm .

THz es fuertemente absorbida por el agua, pero la ropa es transparente en este rango de longitud de onda.

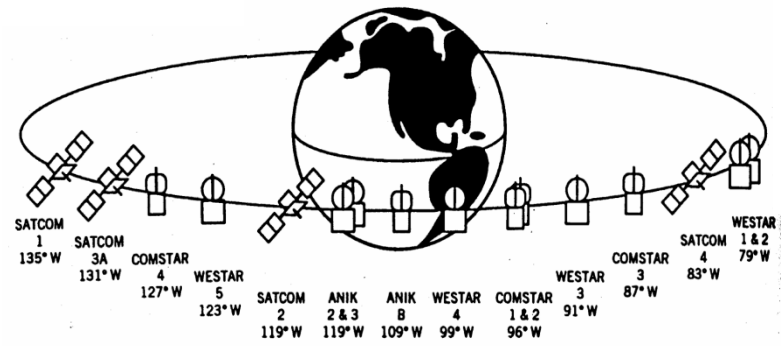
Los hornos de microondas operan a 2.45 GHz , donde el agua se absorbe muy bien.



Satélites de comunicaciones geoestacionarios

Enlace ascendente

6 GHz , enlace descendente 4 GHz



El infrarrojo

Longitudes de onda detectadas por Sir William Herschel en 1800

f de $3 \cdot 10^{11}$ Hz a $4 \cdot 10^{14}$ Hz

Subintervalos

- IR cercano: 780 nm-3000 nm
- IR intermedio: 3000 nm-6000 nm
- IR lejano: 6000 nm-15000 nm
- IR extremo: 15000 nm-1 mm



- Cualquier molécula por encima de cero absoluto radiará en el IR (por agitación térmica).
- Los cuerpos calientes radían IR en un espectro continuo (ej. un radiador).
- Aprox. la mitad de la energía electromagnética del Sol es IR.
- El cuerpo humano también radía IR (emisión se utiliza para visión nocturna).
- Existen misiles que “siguen el calor” y que son guiados por IR.

Infrarrojo: algunas aplicaciones

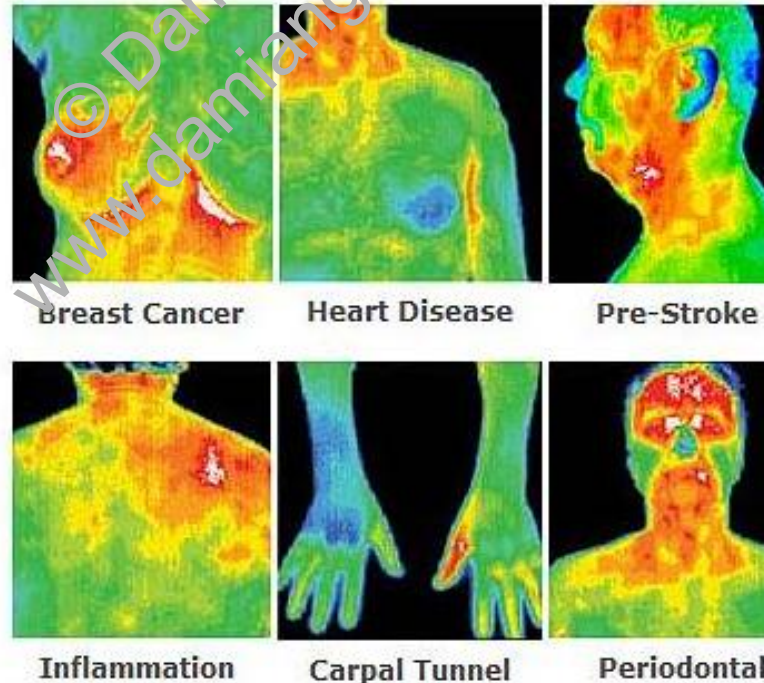


La luz infrarroja penetra la niebla y el humo mejor que la luz visible. También permite “ver” en la oscuridad.

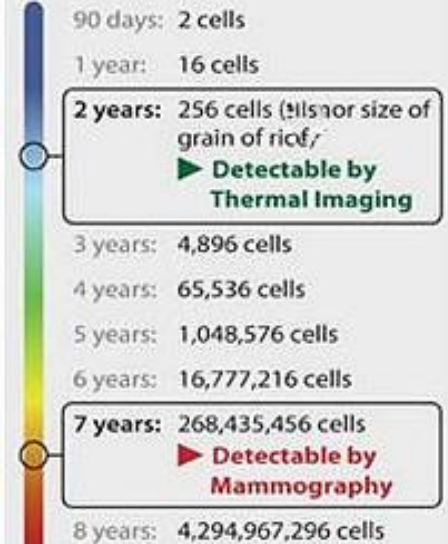
Corte con láser (IR cercano)



Diagnóstico temprano de enfermedades

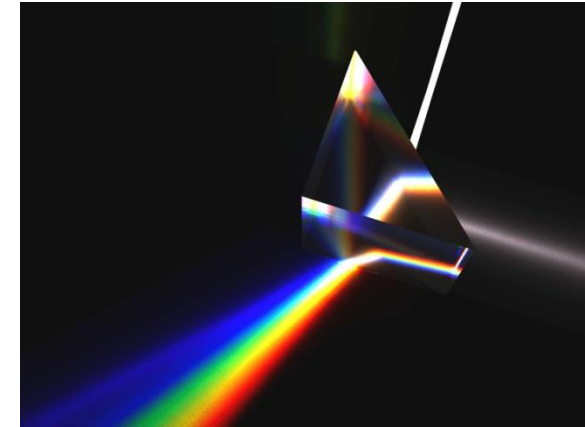


Tumors and other diseases are easily treated with early detection.



La luz visible

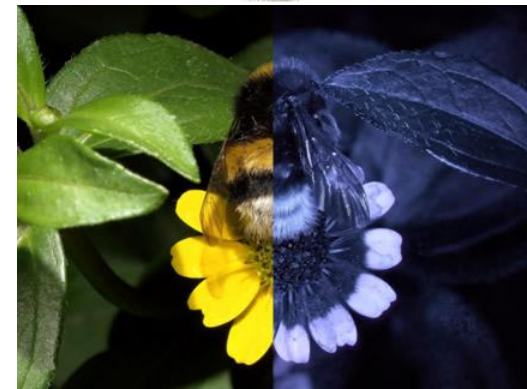
- Sensibilidad del ojo humano: 400 nm-700 nm.
- Newton fue el primero en reconocer que la luz blanca es mezcla de todos los colores del espectro visible.
- El color no es una prop. de la luz en sí misma, sino una manifestación de nuestro sistema de percepción (luz no es amarilla, la vemos amarilla, ya que con distintas mezclas de distintas long. de onda podemos obtener la misma respuesta a nuestro ojo).



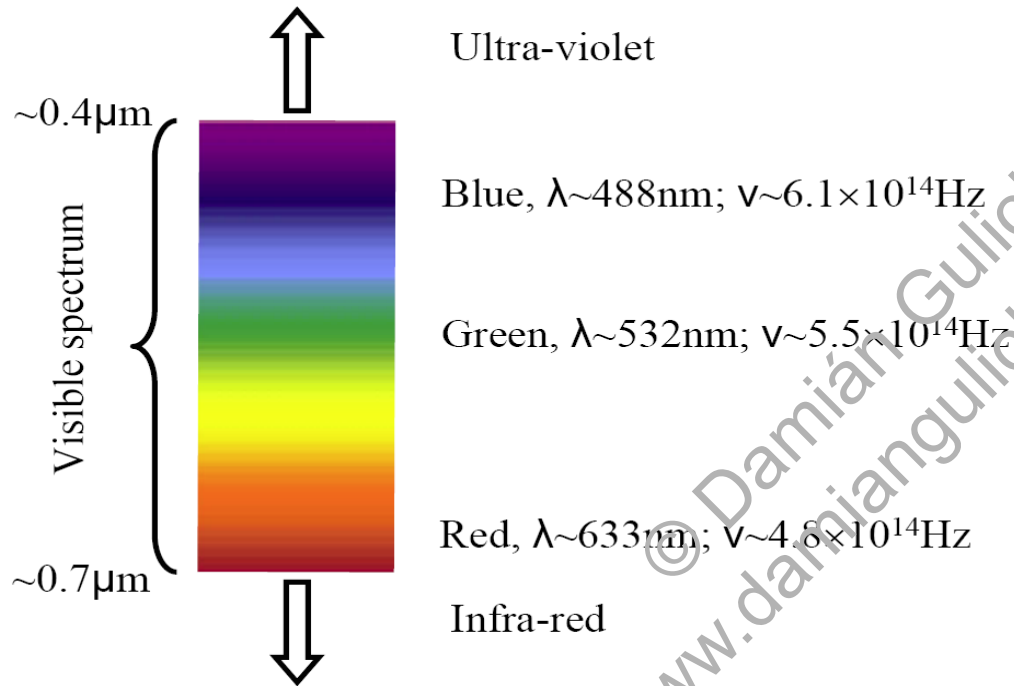
Ultravioleta

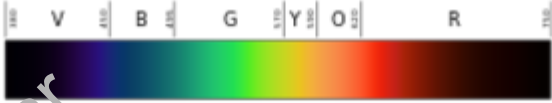
f de 10^9 Hz a $3 \cdot 10^{11}$ Hz

- Descubiertos por Ritter sobre 1800.
- Los rayos UV del Sol ionizan los átomos de la atmósfera superior y así se crea la ionosfera. El ozono absorbe estos rayos en la atmósfera.
- Para $\lambda < 290$ nm los UV son germicidas.
- Los seres humanos no ven muy bien los UV porque los absorbe la córnea y el cristalino. Las abejas sí lo ven bien, les sirve para hallar alimento.



El espectro visible



			
Color	Wavelength	Frequency	Photon energy
violet	380–450 nm	668–789 THz	2.75–3.26 eV
blue	450–495 nm	606–668 THz	2.50–2.75 eV
green	495–570 nm	526–606 THz	2.17–2.50 eV
yellow	570–590 nm	508–526 THz	2.10–2.17 eV
orange	590–620 nm	484–508 THz	2.00–2.10 eV
red	620–750 nm	400–484 THz	1.65–2.00 eV

Percibimos el color como resultado del predominio de determinadas longitudes de onda de la luz.

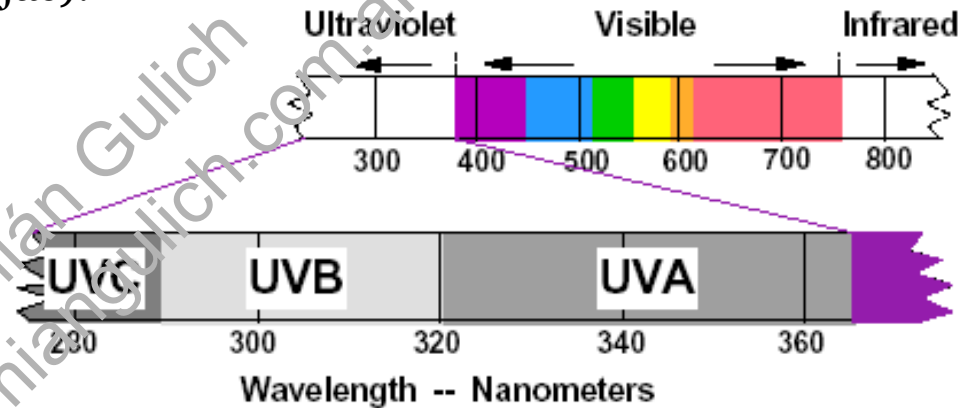
El ojo responde a la luz visible con eficiencias diferentes en todo el espectro visible (se verá en el Módulo II cuando estudiemos Fotometría).

Ultravioleta

UV es usualmente dividido en 3 regiones UVA (320-400 nm), UVB (290-320 nm), and UVC (220-290 nm).

UVC está casi completamente absorbida por la atmósfera. La radiación tiene la energía necesaria para romper enlaces moleculares (peligro vida-cáncer).

Ciertos seres vivos distinguen UV (abejas).



La corona solar es muy caliente (30000000 grados K) y así emite luz en la región EUC (para detectarlo se requieren satélites dado que la atmosfera absorbe estas longitudes de onda).

Rayos X

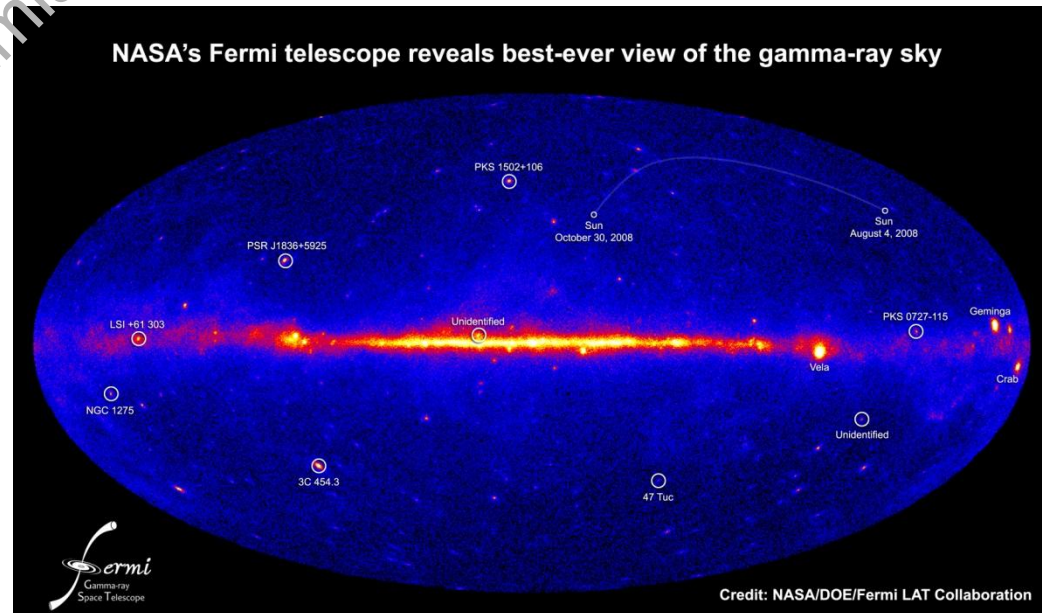
f de $2,4 \cdot 10^{16}$ Hz a $5 \cdot 10^{19}$ Hz

- Descubiertos por Röntgen (1845-1923):
- Se utilizan en medicina para radiodiagnóstico
- Existen microscopios de RX.



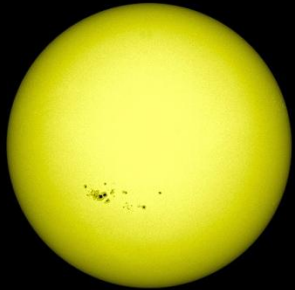
Rayos γ

- Radiaciones electromagnéticas con la longitud de onda más corta.
- Son emitidas por partículas que están sujetas a transiciones dentro del núcleo atómico.
- Es muy difícil observar fenómenos ondulatorios en esta parte del espectro electromagnético.

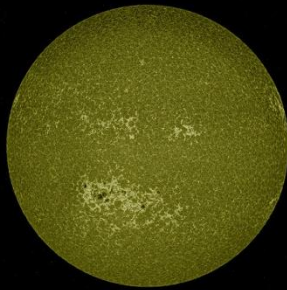


El Sol visto a distintas frecuencias

Desde el UV (4500 Angstroms) hasta casi los rayos X (94 Angstroms).



AIA 4500 Å
6000 Kelvin
Photosphere



AIA 1600 Å
10,000 Kelvin
Upper photosphere/
Transition region



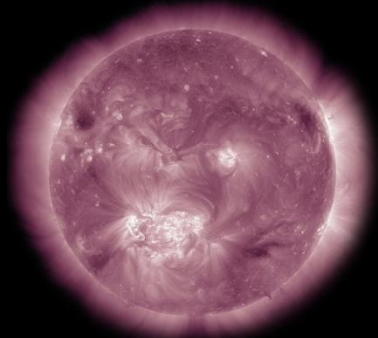
AIA 304 Å
50,000 Kelvin
Transition region/
Chromosphere



AIA 171 Å
600,000 Kelvin
Upper transition
Region/quiet corona



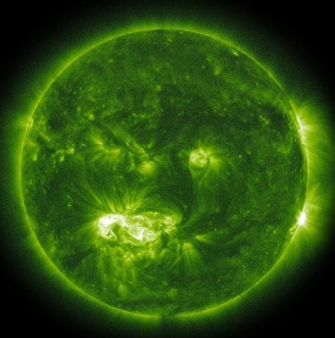
AIA 193 Å
1 million Kelvin
Corona/flare plasma



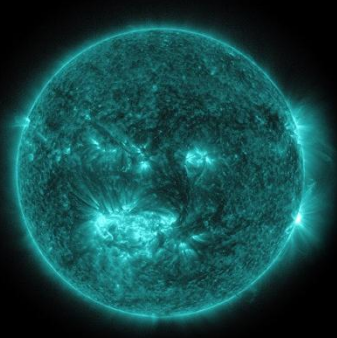
AIA 211 Å
2 million Kelvin
Active regions



AIA 335 Å
2.5 million Kelvin
Active regions



AIA 094 Å
6 million Kelvin
Flaring regions



AIA 131 Å
10 million Kelvin
Flaring regions

Los campos **E** y **B** como vimos son dos aspectos de un mismo fenómeno físico, el campo EM cuya fuente son cargas en movimiento.

La perturbación una vez generada es una onda sin atadura que se mueve mas allá de su fuente e independiente de ella.

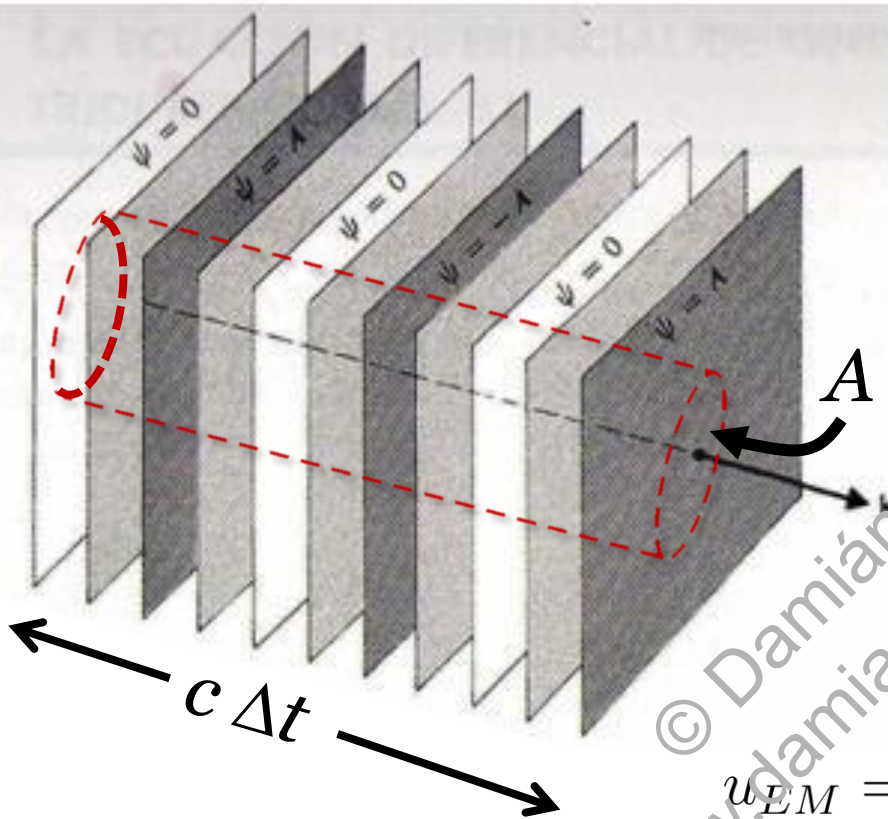
Los campos **E** y **B** variables en el tiempo se regeneran unos a otros.

FINALMENTE Las ondas electromagnéticas transportan energía y cantidad de movimiento:

luz estelar, radio, TV, comunicaciones.

La energía fluye en la dirección de propagación de la onda.

Las ondas EM transportan energía



Las densidades de energía del campo eléctrico y magnético son:

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 \left\| \vec{E} \right\|^2 \quad u_B = \frac{1}{2\mu_0} \left\| \vec{B} \right\|^2$$

$$\left\| \vec{E} \right\| = c \left\| \vec{B} \right\| = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \left\| \vec{B} \right\|$$

$$\Rightarrow u_B = \frac{1}{2} \epsilon_0 \left\| \vec{E} \right\|^2$$

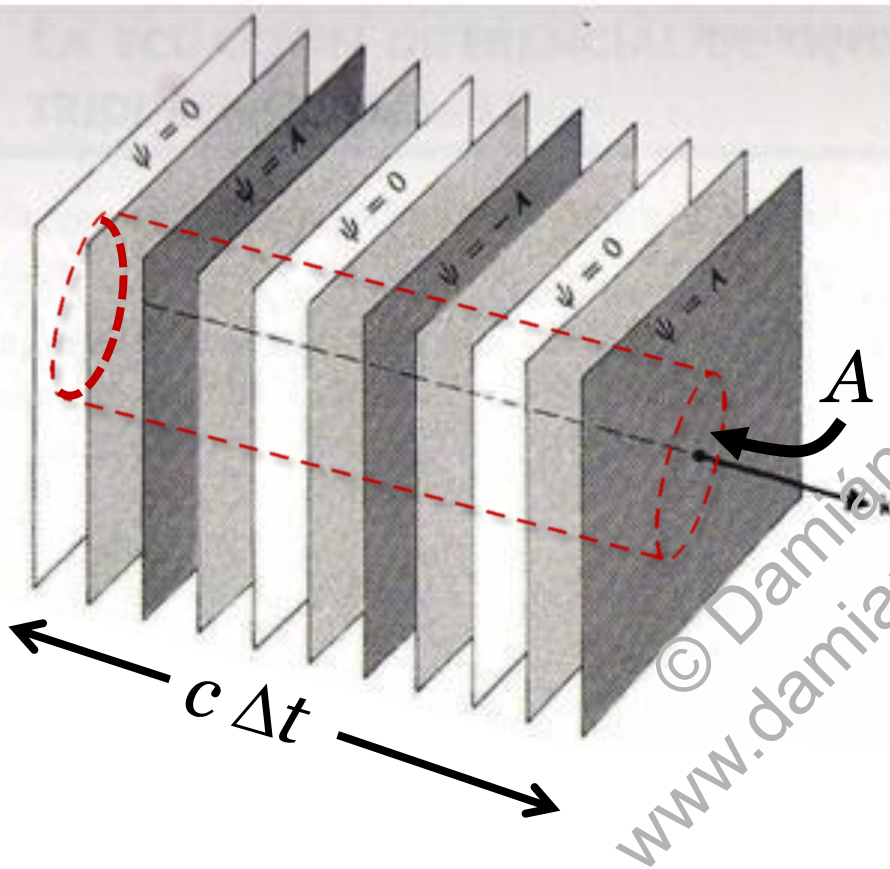
$$u_{EM} = u_E + u_B = \frac{\left\| \vec{E} \right\| \left\| \vec{B} \right\|}{c\mu_0} = \epsilon_0 \left\| \vec{E} \right\|^2$$

Si Δt es pequeño, la energía que cruza el área A será la contenida en un cilindro de base A y altura $c \Delta t$.

La densidad total de energía que fluye en forma de onda EM es debido por igual a campos eléctricos y magnéticos

$$S = \frac{\text{Energ.}}{\text{Vol.}} = \frac{u_{EM} c \Delta t A}{\Delta t A} = u_{EM} c$$

Vector de Poynting



$$S = u_{EM} c = \frac{||\vec{E}|| ||\vec{B}||}{\mu_0}$$

Potencia por unidad de área [W / m²]

Como la energía fluye en la dirección de propagación, conviene definir un vector cuyo módulo sea la potencia por unidad de área de la onda y su dirección coincida con la dirección de propagación .

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} = \varepsilon_0 c^2 \vec{E} \times \vec{B}$$

Vector de Poynting:
determina el flujo de energía por unidad de tiempo y unidad de área de una OEM.

Vector de Poynting para la onda plana

$$\begin{cases} \vec{E}(x, t) = E_{0y} \sin(kx - \omega t) \hat{j} \\ \vec{B}(x, t) = B_{0z} \sin(kx - \omega t) \hat{k} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{S}(x, t) = c^2 \varepsilon_0 E_{0y} B_{0z} \sin^2(kx - \omega t) \hat{i}$$

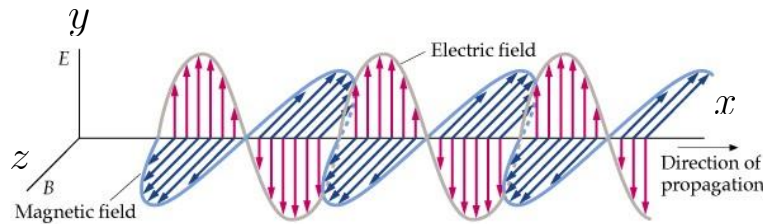
El vector de Poynting y los demás son variables en el tiempo muy rápido (frec. ópticas del orden 10^{15} Hz) el valor instantáneo es poco práctico, por lo tanto es mejor tomar su promedio temporal.

$$\langle \|\vec{S}\| \rangle = \langle S \rangle = c^2 \varepsilon_0 E_{0y} B_{0z} \overbrace{\langle \sin^2(kx - \omega t) \rangle}^{1/2} = \frac{1}{2} c^2 \varepsilon_0 E_{0y} B_{0z}$$

Este valor es la Irradiancia de una OEM:

$$I = \langle \|\vec{S}\| \rangle = \langle S \rangle = \frac{1}{2} c^2 \varepsilon_0 E_{0y} B_{0z} = \frac{1}{2} c \varepsilon_0 \left\| \vec{E} \right\|_{\text{máx}}^2$$

El vector de Poynting apunta en la dirección de flujo de energía de la OEM



Su módulo representa la energía electromagnética que fluye en una unidad de tiempo a través de una unidad de área superficial perpendicular a la dirección de propagación de la onda (densidad de potencia instantánea)

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

La *irradiancia* es un escalar que representa la energía electromagnética que incide en una unidad de tiempo sobre una unidad de área superficial unitaria perpendicular a la dirección de propagación de la onda (densidad de potencia promedio).

$$I = \langle \|\vec{S}\| \rangle = \frac{1}{2\mu_0} \|\vec{E}\|_{\text{máx}} \|\vec{B}\|_{\text{máx}} = \frac{c \varepsilon_0}{2} \|\vec{E}\|_{\text{máx}}^2 = \frac{c \varepsilon_0}{2} E_0^2 = \frac{1}{2\mu_0 c} E_0^2$$

Operativamente usamos la potencia por unidad de área (A) (densidad de energía (U) por unidad de tiempo (Δt)) $P = U / \Delta t$.

$$I = P / A = U / (A \Delta t)$$

Caracterización óptica del medio: índice de refracción

El efecto neto de introducir un dieléctrico isótropo y homogéneo en una región del espacio libre es cambiar la permitividad ϵ y la permeabilidad μ . Consecuentemente la velocidad de la luz en el medio es:

$$v = \sqrt{\frac{1}{\mu\epsilon}}$$

Por su magnitud, es preferible no trabajar con la velocidad de la onda sino con un parámetro que la representa y es el *índice de refracción* (n):

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{\mu_0\epsilon_0}}$$

Preguntas

© Damian Gulich
www.damiangulich.com.ar