

01.09. Ley de Ampère Fuerza de Lorentz

Damián Gulich^{1,2}

¹Departamento de Ciencias Básicas,
Facultad de Ingeniería, UNLP

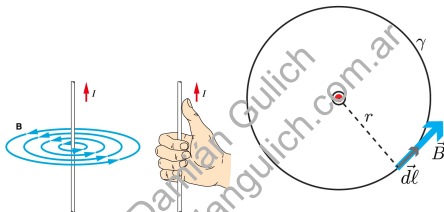
²Centro de Investigaciones Ópticas (CIOp)

Índice

- 1 Ley de Ampère
- 2 Fuerza de Lorentz

© Damián Gulich
www.damiangulich.com.ar

¿Es $\vec{B}$ un campo conservativo?

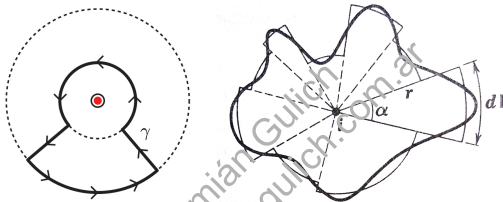


Calculemos la circulación de $\vec{B}$ en una trayectoria cerrada circular (orbital):

$$\begin{aligned} \oint_{\gamma} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} &= \oint_{\gamma} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\phi} \cdot \hat{\phi} d\ell = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \int_0^{2\pi r} d\ell \\ &= \mu_0 I \end{aligned} \quad (1)$$

Este resultado no depende del radio r .

Trayectoria arbitraria



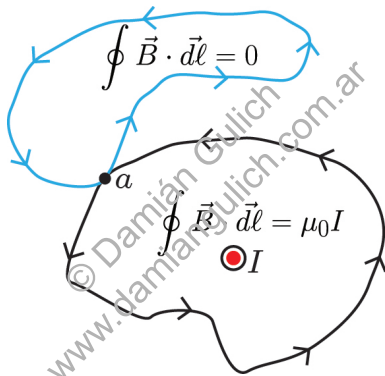
En un movimiento radial $\int \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = 0$ pues $\vec{B} \perp d\vec{\ell}$.

A una trayectoria cerrada arbitraria γ se la puede descomponer en segmentos orbitales y radiales.

Mientras el camino sea **cerrado alrededor de una corriente** (caso particular), no importa la forma de la trayectoria:

$$\oint_{\gamma} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I$$

¡ $\vec{B}$ no es conservativo!



La integral cerrada en general **SÍ** depende de la trayectoria, por lo tanto $\vec{B}$ **NO** es un campo conservativo y **NO** se le puede asignar un potencial escalar.

Ley de Ampère

El resultado (1) se puede generalizar aplicando el principio de superposición a muchas corrientes encerradas por la misma trayectoria así:

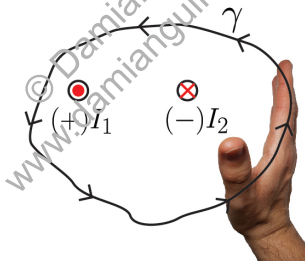
Ley de Ampère (primera versión)

Dada una trayectoria cerrada γ que encierra N corrientes y un campo magnético $\vec{B}$ resultante de ellas:

$$\oint_{\gamma} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \sum_{j=1}^N I_j = \mu_0 I_{\text{total}} \quad (2)$$

Una convención de signos para las corrientes

Con los dedos de la mano derecha apuntando en la dirección en que se recorre la trayectoria, las corrientes que siguen la dirección del pulgar se toman como positivas, mientras que las opuestas se toman como negativas.



Una versión más detallada de la Ley de Ampère

- Sea S es **cualquier** superficie (abierta) cuya frontera es la trayectoria orientada γ ($\gamma = \partial S$).
- Sea $\vec{J}$ la función de densidad de corriente

En ese caso

$$I_{\text{total}} = \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{A} \quad (3)$$

donde la normal de S es en el sentido de las corrientes + de la convención de signos.

Una versión más detallada de la Ley de Ampère (2)

Ley de Ampère (primera versión, más detallada)

Dada una trayectoria cerrada γ y S cualquier superficie abierta tal que $\gamma = \partial S$, donde $\vec{J}$ es la función de densidad de corriente y $\vec{B}$ es el campo magnético asociado a ella:

$$\oint_{\gamma} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{A} \quad (4)$$

La Ley de Ampère en forma diferencial

Recordando el Teorema de Stokes para un campo $\vec{B}$ e identificando su parte derecha con la parte derecha de (4):

$$\oint_{\gamma=\partial S} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \iint_S (\nabla \times \vec{B}) \cdot d\vec{A} \\ = \iint_S \mu_0 \vec{J} \cdot d\vec{A}$$

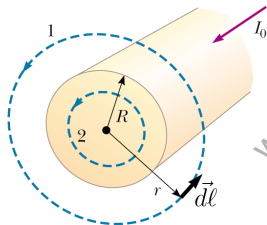
tenemos

Ley de Ampère (primera versión, forma diferencial)

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \quad (5)$$

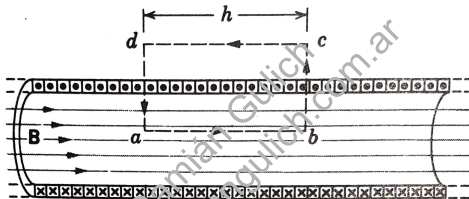
Ejemplo: un cilindro infinito por el que pasa una corriente

Usando la Ley de Ampère puede encontrarse el campo magnético en todo el espacio dado por un cilindro infinito de radio R por el que pasa una corriente I_0 homogéneamente distribuida en su interior. (El eje del cilindro es sobre el eje z).



$$\vec{B}(r) = \begin{cases} \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r} \hat{\phi} & r > R \\ \frac{\mu_0 I_0}{2\pi R^2} r \hat{\phi} & r < R \end{cases}$$

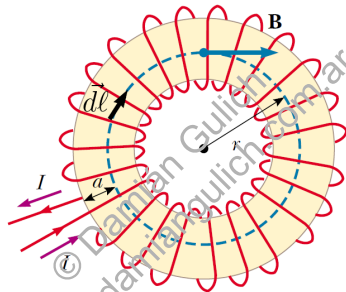
Ejemplo: campo dentro de un solenoide denso



$$\vec{B}(x) = \mu_0 n I \hat{i}$$

donde n es el número de espiras por unidad de longitud. Este campo es aproximadamente constante dentro del solenoide.

Ejemplo: campo dentro de un toroide



$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$$

donde N es el número total de espiras. Este campo NO es constante dentro del toroide.

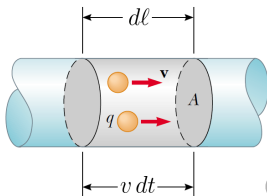
Fuerza sobre cargas aisladas en movimiento

Nuestro objetivo es modificar la expresión de fuerza magnética sobre una corriente

$$d\vec{F} = I d\vec{\ell} \times \vec{B} \quad (6)$$

para que sea aplicable a una sola carga aislada q que se mueve con velocidad $\vec{v}$ en presencia de un campo magnético $\vec{B}$.

Fuerza sobre cargas aisladas en movimiento (2)



- Sea la corriente I
- Sea n el número de cargas móviles (portadores de carga) por unidad de volumen
- Sea v su velocidad media

En la clase sobre Ley de Ohm vimos que

$$I = nAqv \quad (7)$$

Fuerza sobre cargas aisladas en movimiento (3)

Por (7):

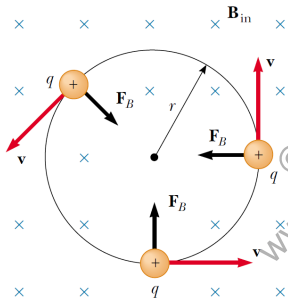
$$\begin{aligned} d\vec{F} &= I d\vec{\ell} \times \vec{B} = nAqv d\vec{\ell} \times \vec{B} = nAqv dt \frac{d\vec{\ell}}{dt} \times \vec{B} \\ &= nAq d\vec{\ell} \times \vec{v} \times \vec{B} = nAd\vec{\ell} q \vec{v} \times \vec{B} \end{aligned}$$

que es la fuerza sobre la cantidad $nAd\vec{\ell}$ cargas. Dividiendo $d\vec{F}$ por este número, hallamos la fuerza magnética actuante sobre una sola carga q :

Fuerza magnética sobre una carga

$$\vec{F}_B = q \vec{v} \times \vec{B} \quad (8)$$

Ejemplo: una carga con velocidad $v = \text{cte}$ en un campo magnético uniforme ($\vec{v} \perp \vec{B}$)



$$\sum F = F_B = m a_{cp}$$

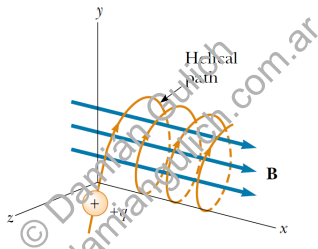
$$|q| v B = m \frac{v^2}{r}$$

$$\Rightarrow r = \frac{mv}{|q| B}$$

La velocidad angular es $\omega = \frac{v}{r} = \frac{|q| B}{m}$

la frecuencia es $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{|q| B}{2\pi m}$

Ejemplo: una carga con velocidad $v = \text{cte}$ en un campo magnético uniforme (2)



Si la velocidad de la partícula tiene una componente v_x en la dirección del campo B , ésta no se ve afectada por la fuerza magnética y por lo tanto la partícula describe una trayectoria helicoidal donde la velocidad en el plano yz (donde se mueve en círculos) es $v_{\perp} = \sqrt{v_y^2 + v_z^2}$.

Fuerza de Lorentz

Fuerza de Lorentz

Una carga q que se mueve con velocidad $\vec{v}$ en la presencia de un campo eléctrico $\vec{E}$ y un campo magnético $\vec{B}$ experimenta una fuerza eléctrica $\vec{F}_E = q\vec{E}$ y una fuerza magnética $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$. La fuerza total (llamada *fuerza de Lorentz*) que actúa sobre la carga es

$$\vec{F}_L = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} \quad (9)$$

Preguntas

Preguntas

© Damían Gulich
www.damiangulich.com.ar