

01.05. Equipotenciales y conductores en equilibrio electrostático

Damián Gulich^{1,2}

¹Departamento de Ciencias Básicas,
Facultad de Ingeniería, UNLP

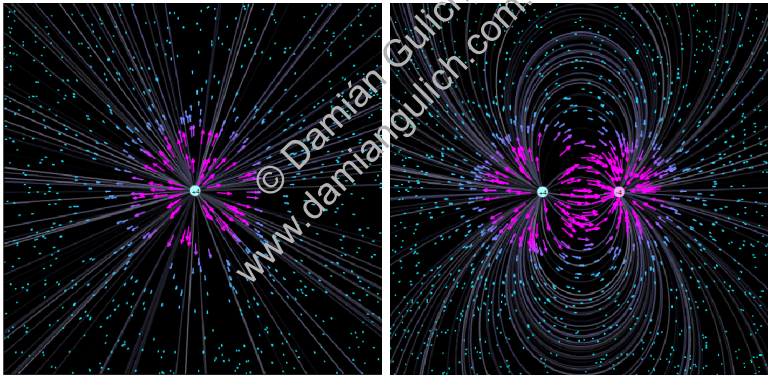
²Centro de Investigaciones Ópticas (CIOp)

Índice

- 1 Equipotenciales
- 2 Conductores en equilibrio electrostático

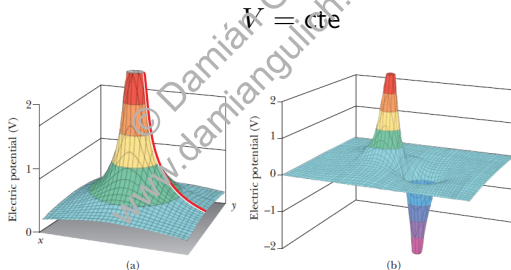
Líneas de campo

- Las líneas de campo eran una manera apropiada de visualizar el campo debido a una distribución de carga.



Superficies equipotenciales

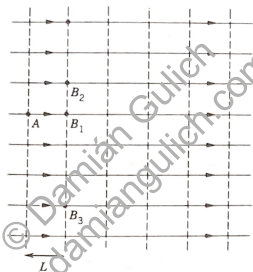
- Se puede realizar una representación de igual utilidad basados en el potencial eléctrico.
- En este método trazamos una familia de superficies que unan puntos que tengan el mismo valor del potencial eléctrico:



(a) El potencial eléctrico en el plano alrededor de una sola carga positiva se representa en el eje vertical. La línea roja muestra la naturaleza $1/r$ del potencial eléctrico. (b) El potencial eléctrico en el plano que contiene un dipolo.

Equipotenciales de un campo eléctrico uniforme

Si un campo es de la forma $\vec{E}(x; y; z) = E_0 \hat{i}$:



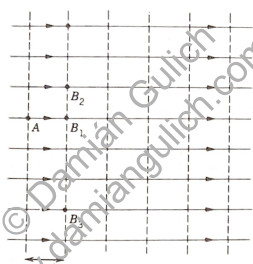
la diferencia de potencial entre dos puntos $A = x$ y $B_1 = x + L$ es

$$\Delta V = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = - \int_x^{x+L} E_0 \hat{i} \cdot \hat{i} dx = -E_0 L$$

El trabajo por llevar una partícula de prueba q_0 de A a B_1 es $W = q_0 \Delta V = -q_0 E_0 L$.

Equipotenciales de un campo eléctrico uniforme (2)

Si se mueve a la partícula de B_1 a B_2 el trabajo es $W = 0$ pues $\vec{E} \cdot d\vec{\ell} = 0$ ($\vec{E} \perp d\vec{\ell}$).



Lo mismo vale para ir de B_1 a B_3 , etc.

Todos los puntos sobre los planos yz punteados donde $x = \text{cte}$ tienen el mismo potencial. Las líneas punteadas se han dibujado de forma que ΔV siempre sea al mismo respecto de la siguiente.

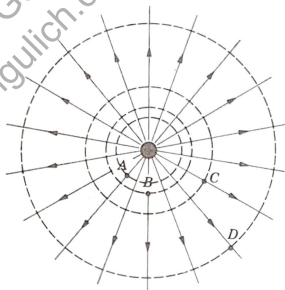
En un campo eléctrico uniforme las superficies equipotenciales son planos paralelos.

Equipotenciales de una carga puntual

Vimos que el potencial absoluto de una carga puntual q_1 es

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r}$$

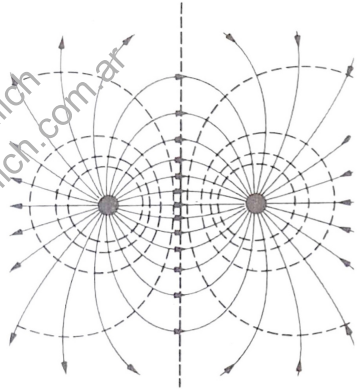
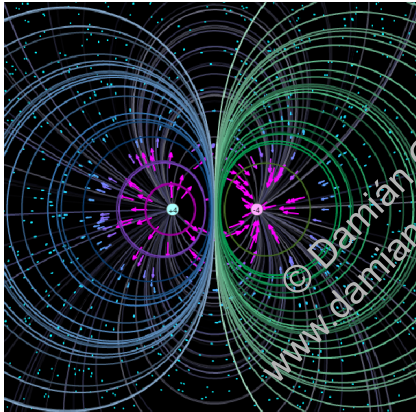
de manera que es sencillo ver que las equipotenciales se hallan fijando $r = \text{cte.}$ Así por ejemplo $W_{AB} = 0$.



Las líneas punteadas se han dibujado de forma que ΔV siempre sea al mismo respecto de la siguiente.

Para una carga puntual las superficies equipotenciales son esferas concéntricas.

Equipotenciales de un dipolo



Las superficies equipotenciales en un dipolo se asemejan a las de una carga puntual en las cercanías de cada carga. Fuera de eso, tiene formas más complicadas.

Las equipotenciales y el campo eléctrico

- En las figuras anteriores las líneas de campo eléctrico son perpendiculares a las superficies equipotenciales.
- Esto es porque, como ya hemos visto, sabida $V(x; y; z)$

$$\vec{E} = -\nabla V$$

es decir

$$\langle E_x; E_y; E_z \rangle = \left\langle -\frac{\partial V}{\partial x}; -\frac{\partial V}{\partial y}; -\frac{\partial V}{\partial z} \right\rangle \quad (1)$$

- Si no fuese que las líneas de campo eléctrico son perpendiculares a las superficies equipotenciales, habría una componente de $\vec{E}$ sobre la equipotencial y el trabajo sobre ella dejaría de ser 0, lo cual es ABSURDO.

Otras unidades equivalentes para el campo eléctrico

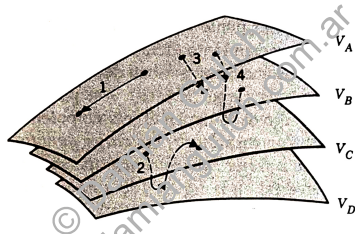
- En la clase de campo eléctrico vimos que las unidades de $\vec{E}$ son N/C.
- De la relación (1) para la primera componente, podemos aproximar que

$$E_x \approx \frac{\Delta V}{\Delta x} \implies [E] = \frac{[V]}{[\ell]} = \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

que es otra forma conveniente de expresar las unidades del campo eléctrico.

Trabajo y equipotenciales

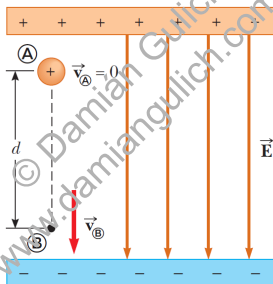
Dadas estas equipotenciales y una carga de prueba que se mueve por las trayectorias indicadas:



- El trabajo realizado por el campo en las trayectorias 1 y 2 es 0 pues ambas comienzan y terminan en la misma equipotencial.
- El trabajo realizado en las trayectorias 3 y 4 es distinto de 0 y además tiene el mismo valor para ambas, pues potencial inicial y final son idénticos (3 y 4 unen el mismo par de equipotenciales).

Movimiento de un protón en un campo uniforme

Un protón ($m = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg, $q = +1,6 \cdot 10^{-19}$ C) sale desde el punto A ($v = 0$ m/s) en un campo uniforme $\vec{E}$ hacia abajo de amplitud $E_0 = 8 \cdot 10^4$ V/m. El punto B se halla a una distancia $d = 0,5$ m en la dirección de $\vec{E}$. Sin considerar la gravedad, hallar la rapidez del protón al llegar a B.



$$v = 2,8 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Un conductor aislado

- Cuando definimos las condiciones electrostáticas en un conductor, observamos que el campo dentro del mismo en equilibrio electrostático debe ser cero. Esto puede enunciarse de nuevo en términos de potencial.

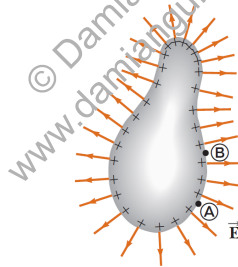
Potencial y conductores aislados

Una carga en exceso colocada en un conductor aislado se distribuye a sí misma en la superficie de modo que todos los puntos (ya sean en la superficie o dentro) lleguen al mismo potencial.

Esta propiedad se cumple aún cuando el conductor tenga cavidades internas, tanto si contienen o no una carga neta.

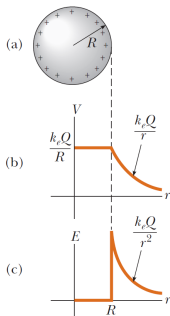
El campo y el potencial

- Como las líneas de campo eléctrico son perpendiculares a las superficies equipotenciales, entonces esto también prueba que el campo eléctrico cerca de la superficie de un conductor es perpendicular a ésta (líneas de campo normales cerca del conductor).



Nótese que el espaciado de las cargas en el equilibrio para un conductor de forma arbitraria no es uniforme.

El campo y el potencial (2)

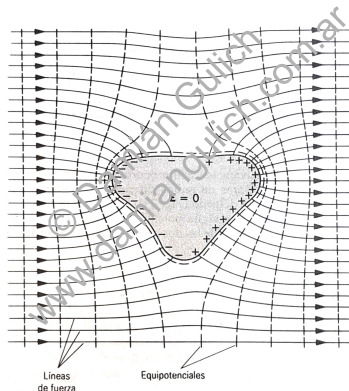


- (a) La carga en exceso en una esfera conductora sólida de radio R se distribuye en su superficie.
- (b) Potencial eléctrico versus la distancia r a al centro de la esfera.
- (c) Amplitud del campo eléctrico versus la distancia r a al centro de la esfera.

Las figuras serían exactamente iguales si se tratase de un cascarón con misma carga y radio. En el caso de una esfera NO CONDUCTORA es totalmente distinto, como vimos en clase.

Un conductor macizo en un campo eléctrico externo

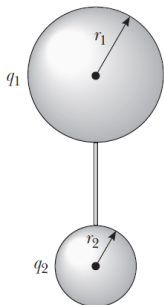
En condiciones electrostáticas todos los puntos de un conductor deben estar al mismo potencial ($V = \text{cte} \implies \vec{E} = \vec{0}$) ya sea que éste tenga carga neta o no.



Si el conductor no estaba cargado, se induce sobre él una densidad de carga σ .

Efecto puntas (descarga en corona)

Si bien la carga superficial se distribuye uniformemente en un conductor esférico, éste no es el caso en conductores de forma arbitraria. Cerca de las puntas o bordes agudos σ (y por lo tanto E) puede ser muy grande.



Las dos esferas de radios r_1 y r_2 están conectadas por un conductor. Las cargas en equilibrio son q_1 y q_2 respectivamente. En esas condiciones

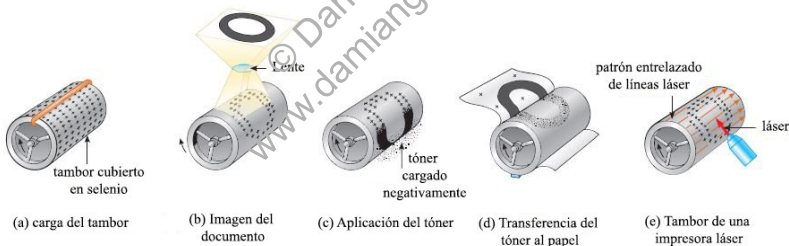
$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

En general, el campo local en las cercanías de un conductor cargado es

$$E_{\text{local}} = \frac{\sigma_{\text{local}}}{\epsilon_0}$$

Efecto puntas (2)

- Cerca de un conductor agudo (es decir, localmente de radio pequeño) el campo eléctrico puede ser lo suficientemente grande como para ionizar las moléculas de aire cercanas.
- Como resultado, el aire que normalmente no es conductor, ahora puede transportar cargas lejos del conductor.

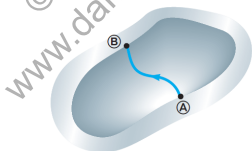


Un conductor hueco (Jaula de Faraday)

- Si un conductor hueco está en equilibrio electrostático y no hay cargas dentro de él:

$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = 0$$

- Esto es así para cualquier camino entre A y B
 $\implies \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = 0 \implies \vec{E} = \vec{0}$ en el hueco. Entonces no hay cargas sobre la superficie interior.



Cualquiera sea la distribución de cargas externas al conductor, el campo en la cavidad es nulo.

Un conductor hueco con una carga adentro

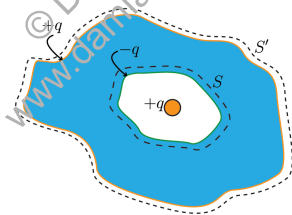
Al introducir una carga $+q$ dentro de la cavidad sobre toda la superficie interna que la enfrenta se *induce* una carga $-q$ de manera que

$$\Phi_E(S) = (q - q) / \epsilon_0 = 0$$

y el campo es cero en el conductor (equilibrio electrostático). Las cargas que se han desplazado hacia la superficie interna dejaron inducida una carga $+q$ sobre toda la superficie externa, de manera que

$$\Phi_E(S') = +q / \epsilon_0$$

esto garantiza que $V = \text{cte}$ en todo el volumen ocupado por el material conductor.



Un conductor aislado con una cavidad no escuda al mundo externo de la información sobre las cargas netas verdaderas que contiene. Si está conectado a tierra sí.

Preguntas

Preguntas

© Damían Gulich
www.damiangulich.com.ar