

01.02. Campo eléctrico

Damián Gulich^{1,2}

¹Departamento de Ciencias Básicas,
Facultad de Ingeniería, UNLP

²Centro de Investigaciones Ópticas (CIOp)

Índice

- 1 Campos
- 2 El campo eléctrico
- 3 Conductores en equilibrio electrostático

Campos

A diferencia del uso coloquial en el que un campo es, por ejemplo, una planicie verde poblada de vacas, en este curso diremos que un campo es una **propiedad del espacio**. Estas propiedades pueden ser:

- Escalares. A cada punto del espacio le corresponde un número.
 - *Ejemplo:* La temperatura en cada punto de un objeto en un momento dado.
- Vectoriales. A cada punto del espacio le corresponde un vector.
 - *Ejemplo 1:* Cuando el agua fluye por una cañería en régimen laminar, tenemos un campo de velocidades.
 - *Ejemplo 2:* El campo gravitatorio (propiedad en presencia de masa).

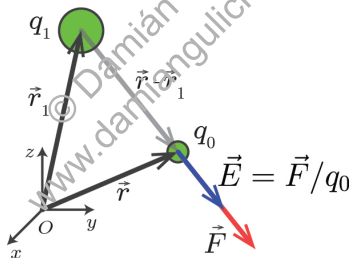
La interacción

En el caso de la presencia de cargas, postulamos que la interacción entre ellas (la fuerza a distancia dada por la Ley de Coulomb) también obedece a un campo según:

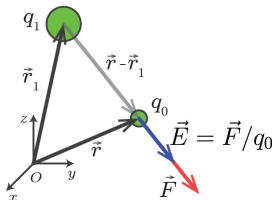
$$\text{carga}_1 \rightleftarrows \text{campo} \rightleftarrows \text{carga}_2$$

El campo eléctrico

Dado un sistema de referencia O , consideremos un sistema de cargas y una carga puntual **positiva** q_0 , todas fijas en el espacio. A q_0 la llamaremos “carga de prueba”.



El campo eléctrico



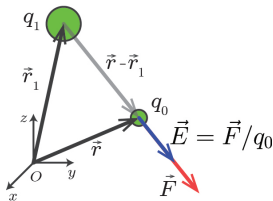
Definición (informal)

Definimos el campo eléctrico $\vec{E}$ (vectorial) asociado a un cierto conjunto de cargas en términos de la fuerza ejercida sobre una carga de prueba positiva q_0 según:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \quad (1)$$

La dirección de $\vec{E}$ es la misma que la dirección de $\vec{F}$ porque q_0 es un escalar positivo.

El campo eléctrico



Definición (formal)

Para poder utilizar la definición anterior como procedimiento para hallar el campo eléctrico la carga de prueba deberá ser lo suficientemente pequeña para no perturbar la distribución de cargas que estamos midiendo. Así:

$$\vec{E} = \lim_{q_0 \rightarrow 0} \frac{\vec{F}}{q_0} \quad (2)$$

Así definido, el campo eléctrico se convierte en una propiedad del espacio, ya que se puede ver para cada punto P del espacio.

Unidades del campo eléctrico

Las unidades del campo eléctrico son

$$[E] = \frac{[\vec{F}]}{[q_0]} = \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Algunos campos eléctricos

TABLA 1 ALGUNOS CAMPOS ELÉCTRICOS^a

<i>Localización</i>	<i>Campo eléctrico (N/C)</i>
En la superficie de un núcleo de uranio	3×10^{21}
Dentro de un átomo de hidrógeno, en la órbita del electrón	5×10^{11}
La descarga eléctrica que ocurre en el aire	5×10^6
En el cilindro cargado de una fotocopidora	10^5
El acelerador del haz de electrones de un aparato de televisión	10^5
Cerca de un peine de plástico cargado	10^3
En la parte más baja de la atmósfera	10^2
Dentro del alambre de cobre de circuitos domésticos	10^{-2}

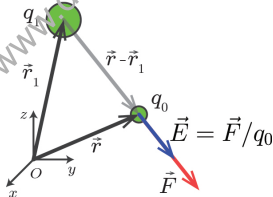
^a Valores aproximados.

Dado un sistema de referencia O , una carga q_1 (fija en $\vec{r}_1 = \langle x_1; y_1; z_1 \rangle$) y una carga DE PRUEBA (+) q_0 (fija en $\vec{r} = \langle x; y; z \rangle$: punto de observación), la fuerza que q_0 experimenta según la Ley de Coulomb es:

$$\vec{F}_{q_0 q_1} = k_e \frac{q_1 q_0}{\|\vec{r} - \vec{r}_1\|^2} \check{r}_{01}$$

Por lo tanto, el campo $\vec{E}$ en la posición $\vec{r}$ es por la definición (1):

$$\vec{E}(\vec{r}) = k_e \frac{q_1}{\|\vec{r} - \vec{r}_1\|^2} \check{r}_{01} \quad (3)$$



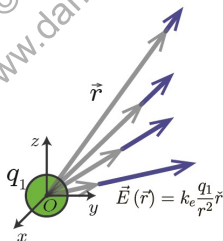
El campo eléctrico de una carga puntual (cont)

Si además tenemos la suerte de que $\vec{r}_1 = \vec{0}$, entonces

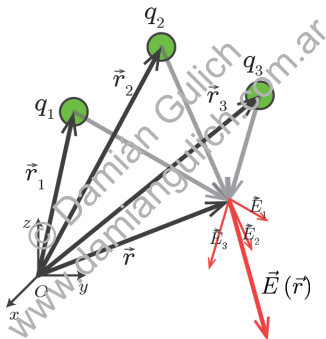
$$\vec{E}(\vec{r}) = k_e \frac{q_1}{\|\vec{r}\|^2} \check{r} = k_e \frac{q_1}{r^2} \check{r} \quad (4)$$

donde $\hat{r}$ es el versor de las coordenadas esféricas. Este último campo tiene *simetría esférica* (es decir, no depende de las coordenadas angulares esféricas θ ni ϕ). El módulo de este campo, es

$$E(r) = k_e \frac{q_1}{r^2}$$

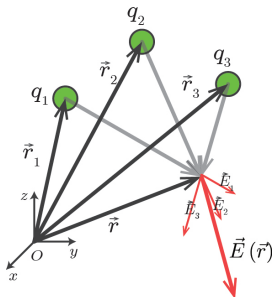


El campo y el principio de superposición



¿Cómo se determina el campo eléctrico de N cargas puntuales (distribución discreta de cargas)?

El campo y el principio de superposición



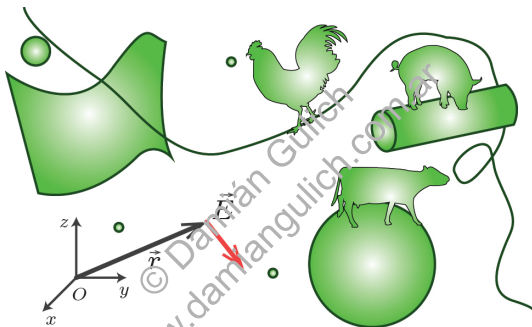
El principio de superposición para campos eléctricos (cargas puntuales)

Dado un sistema de referencia O y N cargas fijas, el campo en una posición $\vec{r}$ es el campo aportado por cada una de las cargas individuales según:

$$\vec{E}(\vec{r}) = k_e \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{\|\vec{r} - \vec{r}_i\|^2} \check{r}_{(\vec{r} - \vec{r}_i)} \quad (5)$$

donde $\check{r}_{(\vec{r} - \vec{r}_i)}$ es el versor que va de la fuente al punto de observación.

Distribuciones de carga



Cuando tenemos disposiciones de carga que no son en base a cargas puntuales, deberemos tomar funciones que den cuenta de dónde hay cargas en el espacio. A estas funciones se les da el nombre de “distribución de carga” o “densidad de carga”. En la clase sobre Ley de Gauss usaremos mucho este concepto.

Densidades de carga

En los casos especiales en que tenemos una cierta carga Q distribuida en el espacio podemos definir las siguientes densidades de carga:

- 1 lineal (λ)
- 2 superficial (σ)
- 3 volumétrica (ρ)

En general, puede haber combinaciones de cargas puntuales, lineales, superficiales y volumétricas. En esos casos, o en casos en que dichas densidades sean funciones de la coordenada, simplemente se habla de una “densidad de cargas generalizada” $\rho(\vec{r})$ y es sencillamente una función que dice dónde hay cargas.

Densidad lineal (uniforme)

Densidad lineal de carga (uniforme)

Si la carga q está distribuida a lo largo de una línea, entonces la densidad lineal de carga λ es

$$\lambda = \frac{dq}{d\ell} \quad (6)$$

que puede ser una función o una constante (en caso de ser constante la podemos llamar λ_0).

A valores medios es

$$\lambda = \frac{\Delta q}{\Delta \ell} \equiv \frac{q}{\ell}$$

Sabida esta densidad (6), entonces

$$dq = \lambda d\ell \quad (7)$$

o lo que corresponda a valores medios.

Densidad superficial de carga (uniforme)

Densidad superficial de carga (uniforme)

Si la carga Q está distribuida sobre una superficie de área A , entonces la densidad superficial de carga σ es

$$\sigma = \frac{dq}{dA} \quad (8)$$

que puede ser una función o una constante (en caso de ser constante la podemos llamar σ_0).

A valores medios es

$$\sigma = \frac{\Delta q}{\Delta A} \equiv \frac{q}{A}$$

Sabida esta densidad (8), entonces

$$dq = \sigma dA \quad (9)$$

o lo que corresponda a valores medios.

Densidad volumétrica de carga (uniforme)

Densidad volumétrica de carga (uniforme)

Si la carga Q está distribuida sobre un volumen V , entonces la densidad volumétrica de carga ρ es

$$\rho = \frac{dq}{dV} \quad (10)$$

que puede ser una función o una constante (en caso de ser constante la podemos llamar ρ_0).

A valores medios es

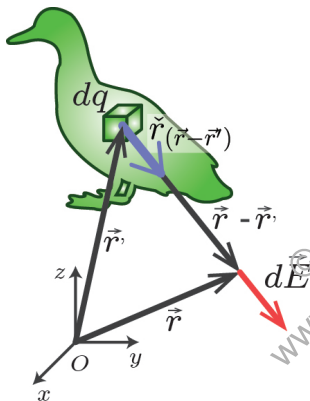
$$\rho = \frac{\Delta q}{\Delta V} \equiv \frac{q}{V}$$

Sabida esta densidad (10), entonces

$$dq = \rho dV \quad (11)$$

o lo que corresponda a valores medios.

El campo y las distribuciones de carga

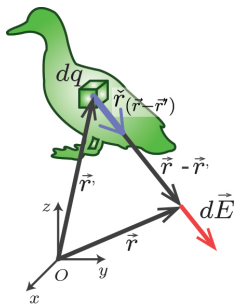


- ¿Cómo se determina el campo eléctrico de una distribución continua de cargas, por ejemplo, la de un cuerpo extenso cargado?
- R: Usando el principio de superposición. Primero consideremos un pequeño elemento de carga dq (fuente) ubicado en la posición $\vec{r}'$. La pequeña contribución de campo de este elemento vista en $\vec{r}$ es

$$d\vec{E}(\vec{r}) = k_e \frac{dq}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^2} \hat{r}(\vec{r} - \vec{r}')$$

donde $\hat{r}(\vec{r} - \vec{r}')$ es el versor que va de la fuente al punto de observación.

El campo y las distribuciones de carga (cont)



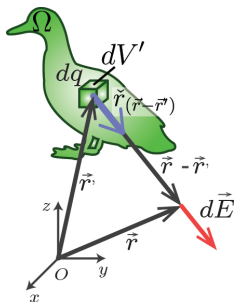
Principio de superposición para distribuciones de carga

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int d\vec{E}(\vec{r}) = k_e \int \frac{dq}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^2} \check{r}(\vec{r} - \vec{r}') \quad (12)$$

donde $\check{r}(\vec{r} - \vec{r}')$ es el versor que va de la fuente al punto de observación.

Veremos cómo se puede calcular ésto en varios casos sencillos.

El campo y las distribuciones de carga (cont)



Principio de superposición para distribuciones de carga sabida la distribución de carga

Si se sabe la distribución de carga $\rho(\vec{r}')$ entonces por (11) $dq = \rho(\vec{r}') dV'$ y por lo tanto (12) queda

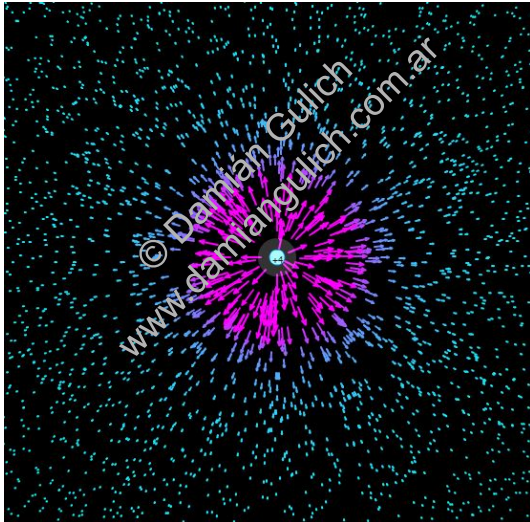
$$\vec{E}(\vec{r}) = k_e \iiint_{\Omega} \frac{\rho(\vec{r}') dV'}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^2} \check{\vec{r}}_{(\vec{r} - \vec{r}')} \quad (13)$$

donde $\check{\vec{r}}_{(\vec{r} - \vec{r}')}$ es el versor que va de la fuente al punto de observación.

Veremos cómo se puede calcular ésto en varios casos sencillos.

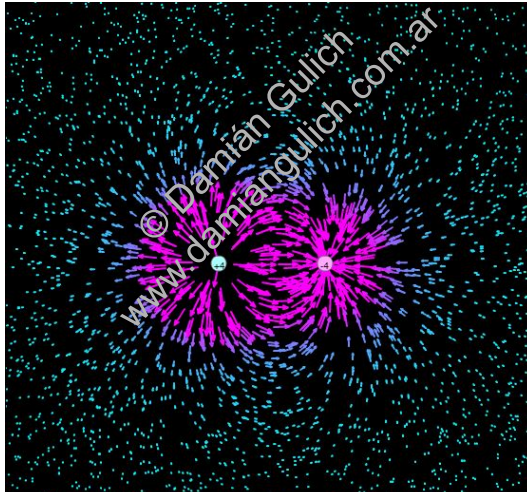
Representaciones del campo eléctrico

Una forma: dibujar el vector campo eléctrico para cada punto del espacio.



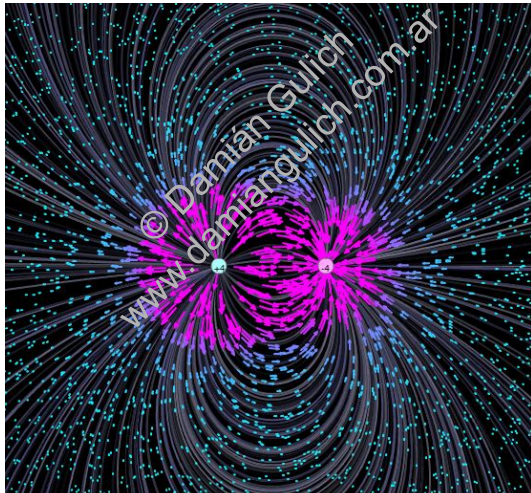
Representaciones del campo eléctrico (dipolo eléctrico)

Para distribuciones simples (dipolo: dos cargas puntuales del mismo valor y signo opuesto), la representación vectorial gráfica se complica.



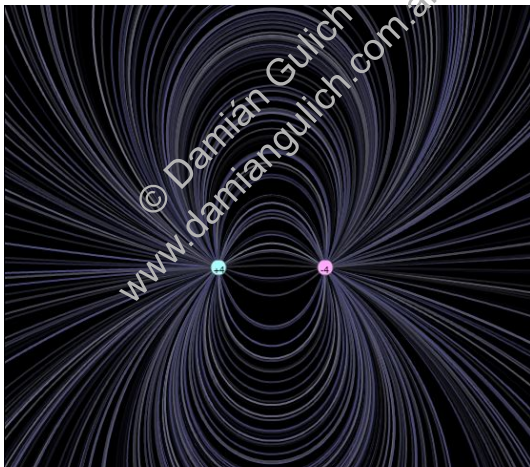
Líneas de campo eléctrico (dipolo eléctrico)

Otra forma: dibujar líneas que en cada punto sean paralelas al campo eléctrico calculado en el mismo. (El campo eléctrico es tangencial a estas líneas).



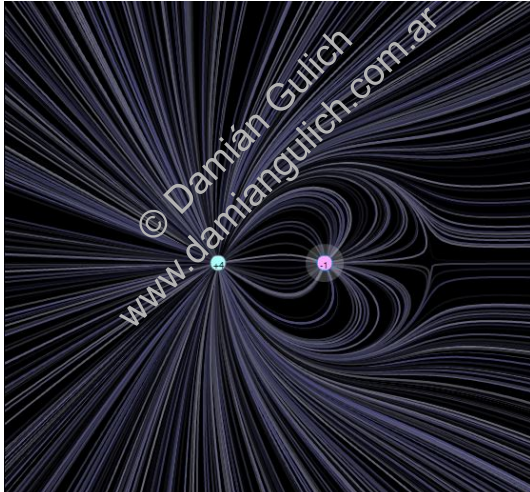
Líneas de campo eléctrico (dipolo eléctrico)

Las líneas de campo eléctrico nacen en las cargas positivas (fuentes) y van hacia las negativas (sumideros). En el caso del dipolo todas las líneas que salen de la carga positiva entran en la negativa.



Líneas de campo eléctrico (dipolo eléctrico asimétrico)

Ejemplo de líneas de campo de un dipolo asimétrico: por cada línea que entra en la carga negativa, salen más de una de la positiva.



Líneas de campo

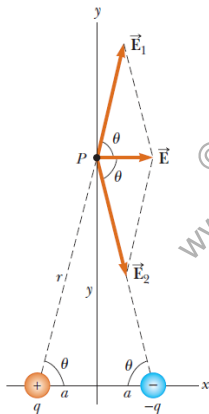
Las líneas de campo son representaciones parciales pero útiles del campo eléctrico.

Las líneas de campo se pueden dibujar con las siguientes reglas:

- Las líneas deben empezar en una carga positiva (fuente) y terminar en una carga negativa (sumidero).
- Las líneas de campo nunca se cruzan (campo monovaluado).
- El número total de líneas de campo que salen o entran a una carga deben ser proporcionales al valor de la carga.

Cálculo de campos eléctricos (1)

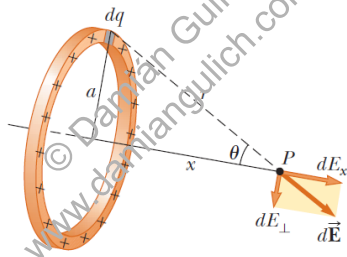
Campo eléctrico sobre el eje perpendicular a un dipolo (eje y). Las cargas son $\pm q$ a una distancia a del origen y están sobre el eje x .



$$\vec{E}(y) = k_e \frac{2qa}{(a^2 + y^2)^{3/2}} \hat{i}$$

Cálculo de campos eléctricos (2)

Campo eléctrico sobre el eje de un anillo delgado de radio a y uniformemente cargado (carga total Q). El anillo está sobre el plano yz



$$\vec{E}(x) = k_e \frac{x}{(a^2 + x^2)^{3/2}} Q \hat{i}$$

Conexión a tierra



Se dice que un objeto conectado a un cable conductor o tubería de cobre enterrado en la Tierra está *conectado a tierra*. La Tierra puede considerarse un depósito infinito para electrones; en efecto, puede aceptar o suministrar una cantidad ilimitada de electrones.

El equilibrio electrostático

Un buen conductor eléctrico contiene cargas (electrones) que no están ligadas a ningún átomo y que pueden moverse libremente dentro del material.

Equilibrio electrostático

Cuando no ocurre movimiento neto de carga dentro de un conductor, se dice que el conductor está en *equilibrio electrostático*.

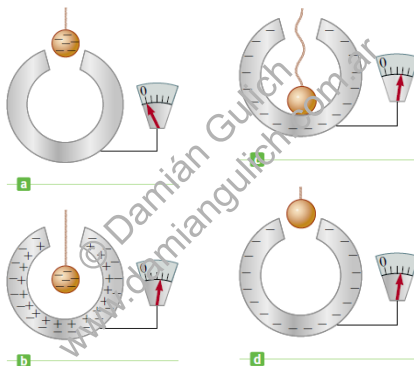
Propiedades de un conductor aislado

Propiedades de un conductor aislado

Si un conductor aislado de tierra está en equilibrio electrostático, entonces:

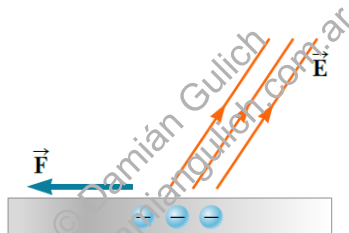
- 1 El campo eléctrico es cero en todas partes dentro del conductor.
- 2 Cualquier exceso de carga en un conductor aislado reside por completo en su superficie.
- 3 El campo eléctrico justo fuera de un conductor cargado es perpendicular a la superficie del conductor.
- 4 En un conductor con forma irregular, la carga se acumula en los puntos agudos, donde el radio de curvatura de la superficie es más pequeño.

Propiedades de un conductor aislado (2)



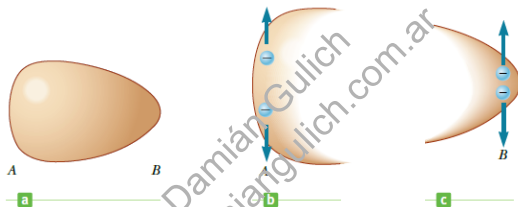
Un experimento que muestra que cualquier carga puesta en un conductor reside en la superficie en el equilibrio electrostático. El conductor hueco está aislado de tierra y la pequeña esfera metálica está suspendida de un hilo aislante.

Propiedades de un conductor aislado (3)



Esta situación es IMPOSIBLE si un conductor está en equilibrio electrostático. Si $\vec{E}$ pudiera tener una componente sobre la superficie entonces se ejercería una fuerza sobre las cargas.

Propiedades de un conductor aislado (4)



- (a) Un conductor con una parte más achatada del lado A y un poco más aguda en B . La carga en exceso depositada, en equilibrio electrostático reside de manera tal que
- (b) hay menor carga por unidad de área del lado achatado y
- (c) hay una mayor carga por unidad de área del lado agudo.

Preguntas

Preguntas

© Damían Gulich
www.damiangulich.com.ar